

**Intermodulationserscheinungen in
Mikrowellenferriten bei kleinen
HF - Leistungen**

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs
der Abteilung für Elektrotechnik
an der Ruhr - Universität Bochum

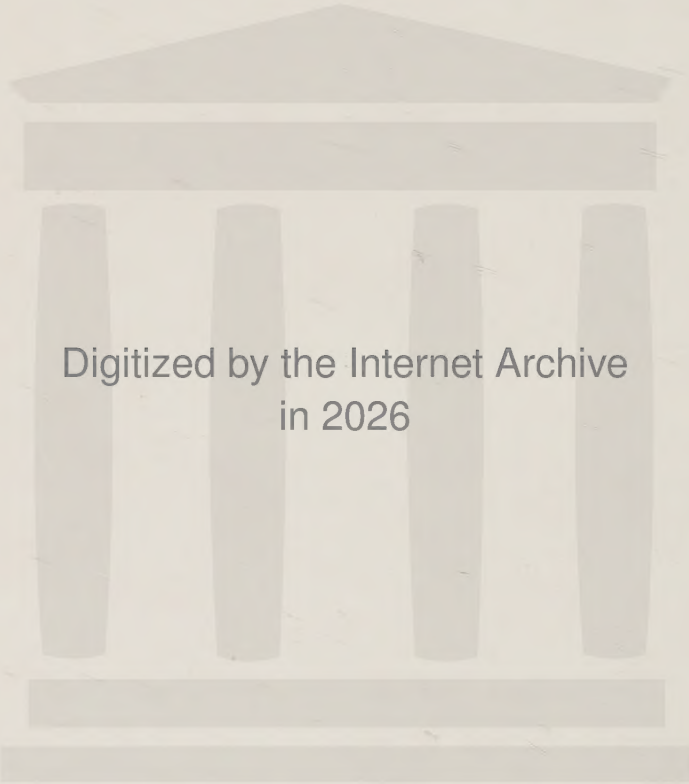
von

Rainer Arnold

Sandhausen

Bochum ~~1984~~

1985



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Intermodulationserscheinungen in
Mikrowellenferriten bei kleinen
HF - Leistungen

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs
der Abteilung für Elektrotechnik
an der Ruhr - Universität Bochum

von
Rainer Arnold
Sandhausen

Bochum 1984

Dissertation eingereicht:

Herbst 1984

Tag der mündlichen Prüfung:

23. Januar 1985

Referent:

Prof. Dr. rer. nat. H. Severin

Korreferent:

Prof. Dr. Ing. **F.** Haberay

Inhaltsverzeichnis

	Seite
0. Verzeichnis der verwendeten Symbole	1
1. Einleitung	3
2. Theorie	5
2.1. Freie Präzession des Magnetisierungsvektors	5
2.1.1. Hamiltonfunktion der Spinpräzession in kanonischen Variablen	5
2.1.2. Einfluß von Kristall- und Entmagnetisierungsenergie auf Eigenfrequenz und Elliptizität der Spinpräzession	9
2.1.3. Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der Präzessionsamplitude	17
2.2. Erzwungene Präzession des Magnetisierungs- vektors unter der Einwirkung zweier harmonischer Signale	19
2.2.1. Bestimmung der Amplitude des Magneti- sierungsvektors	19
2.2.2. Bestimmung des Frequenzspektrums der Wechselmagnetisierung	27
3. Meßverfahren	29
3.1. Materialauswahl	29
3.2. Meßaufbau	31

	Seite
4. Diskussion der Meßergebnisse an kugelförmigen Ferritproben	39
4.1. Einkristalline Materialien	39
4.2. Polykristalline Materialien	44
4.3. Einfluß der Porosität	50
4.4. Thermische Einflüsse	52
4.5. Auswirkungen hoher HF-Leistungen	54
5. Zusammenfassung	56
6. Anhang	57
6.1. Nachweis, daß P und Q in Gl. (4) kanonische Variable sind	
6.2. Darstellung der verschiedenen Energiean- teile der Hamiltonfunktion im Ruhelage- system	58
6.2.1. Gleichfeldenergie	58
6.2.2. Kristallenergie	61
6.2.3. Entmagnetisierungsenergie	63
6.3. Ableitung eines Störungsausdruckes für $\omega_r(P, Q)$	64
7. Literaturverzeichnis	67

Q. Verzeichnis der verwendeten Symbole

(Größen, die nur für Zwischenrechnungen und im Anhang benötigt werden, sind nicht in dieser Liste aufgeführt.)

a	Präzessionsamplitude
A, B, C, D	Koeffizienten in der Hamiltonfunktion
E_1, E_2	Koeffizienten in der Hamiltonfunktion
e	Exzentrizität der Spinpräzession
F_1, F_2, F_3	Koeffizienten in der Hamiltonfunktion
f	Frequenz
FR	Dissipationsfunktion
H, h	Magnetfelder
$\tilde{H}, \tilde{h}$	Hamiltonfunktionen
j	imaginäre Einheit
K_1	Kristallanisotropiekonstante
M, m	Magnetisierung
N	Entmagnetisierungsfaktor
P	kanonische Variable
P_o, P_i, P_s	Leistungen
Q	kanonische Variable
$[S]$	Spektralmatrix
t	Zeit
$[T]$	Zeitabhängigkeitsmatrix
x, y, z	Laborkoordinaten
x', y', z'	körperfeste Koordinaten

α	Richtungskosinus (Laborsystem)
α'	Richtungskosinus (körperfestes System)
α_D	Dämpfungsparameter
γ	gyromagnetisches Verhältnis ($\gamma/2\pi = 0.0035 \text{ MHz/Am}^{-1}$)
ΔH	Linienbreite
θ, ϑ	Eulerscher Winkel
Θ	Präzessionswinkel
κ	Suszeptibilität
μ_0	Permeabilitätskonstante des Vakuums
ξ	Präzessionswinkelvariable
ϕ, φ	Eulerscher Winkel
χ	Suszeptibilität
ω	Kreisfrequenz $2\pi f$

1. Einleitung

Ferrite haben in den letzten beiden Jahrzehnten eine große praktische Bedeutung für die Mikrowellentechnik gewonnen. Mit ihrer Hilfe können passive nicht reziproke Bauelemente, wie Richtungsleitungen und Zirkulatoren, und abstimmbare Bauelemente, wie Resonatoren und Filter, realisiert werden. Aufgrund neuerer Materialentwicklungen stehen heute Mikrowellenferrite für einen Anwendungsbereich von 200 MHz bis 100 GHz zur Verfügung. Die Anforderungen an die Bauelemente hinsichtlich der Freiheit von Oberwellen und Intermodulationsfrequenzen werden immer schärfer. Während früher bei nachrichtentechnischen Anwendungen ein Pegelunterschied zum Nutzsignal von -70 dB ausreichend schien, werden heute -100 dB bis -120 dB gefordert. Diese Werte sind nicht ohne besondere Maßnahmen zu erreichen. Besonderes Interesse gilt daher dem nichtlinearen Verhalten der Ferrite bei kleinen Leistungen der Signale.

Nichtlineare Erscheinungen in Ferriten bei hohen HF-Leistungen sind seit langem bekannt. Sie lassen sich durch eine Spinwelleninstabilität oberhalb einer bestimmten Schwelle des hochfrequenten Magnetfeldes erklären, dessen Wert von den Materialeigenschaften sowie von der Beschaffenheit der untersuchten Probe abhängt.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit den nichtlinearen Eigenschaften von Ferriten, die unterhalb der Anregungsschwelle der Spinwelleninstabilität auftreten. Dabei wird die Amplitude von Misch- und Intermodulationsfrequenzen als Meßgröße herangezogen. Solche Mischprodukte entstehen, wenn das Signal mehrere Frequenzen enthält. Für Meßzwecke genügt es, ein Signal aus zwei benachbarten Frequenzen zu benutzen. Auf den Nachweis der ebenfalls entstehenden höheren Harmonischen wird hier verzichtet. Sie sind weitgehend problemlos, da sie durch den Einsatz von Filtern immer eliminiert werden können. Dies bereitet jedoch bei Mischprodukten wegen ihres geringen Frequenzabstandes zu den Nutzsignalen oft

erhebliche Schwierigkeiten. Als praxisnahes Meßverfahren bietet sich daher die Untersuchung solcher Mischprodukte an.

Dazu gibt es bereits einige Arbeiten, deren Ziel es ist, die Leistung der Harmonischen und Intermodulationssignale zu minimieren. Diese Arbeiten gehen jeweils von einem konkreten Bauelement (z.B. Zirkulator [1], einer Richtungsleitung [2], einem YIG-Filter [3]) aus. Dabei wird das jeweilige Feldproblem behandelt und versucht, die Anordnung des polykristallinen Ferrits in der Leitung zu optimieren.

In der vorliegenden Arbeit soll der Einfluß der Material - und Geometrieeigenschaften des Ferrits Gegenstand der Untersuchung sein. Dabei wird die elektromagnetische Koppelstruktur möglichst einfach gehalten, um einen unüberschaubar großen numerischen Aufwand bei der Rechnung zu vermeiden. Über die an Einkristallen gemessenen Leistungen der Mischprodukte wird es möglich, den aufgrund einer bestimmten Modellvorstellung errechneten Einfluß der Kristallanisotropie mit Messungen zu vergleichen. Ferner werden diese Messungen auf polykristalline Ferrite ausgedehnt, und die Auswirkung der in diesen Materialien stets vorhandenen Porosität zumindest qualitativ beschrieben.

2. Theorie

In diesem Kapitel wird ein Modell entwickelt, mit dessen Hilfe sich die beobachteten Intermodulationserscheinungen beschreiben lassen. Bei der Behandlung linearer Probleme ist es naheliegend, von der Bewegungsgleichung des Magnetisierungsvektors auszugehen und diese in der linearisierten Form zu lösen. Im nichtlinearen Bereich bietet sich eine andere, elegantere Vorgehensweise an, die nicht von der Bewegungsgleichung des Magnetisierungsvektors, sondern von den Wechselwirkungsenergien ausgeht. Die Summe der auftretenden Energieterme bildet die Hamiltonfunktion des betrachteten Systems. Diese enthält zunächst die drei voneinander abhängigen Magnetisierungskomponenten, läßt sich aber mit der von Holstein und Primakoff eingeführten Transformation auf zwei voneinander unabhängige, die sog. "Oszillatorvariablen", transformieren. Diese Vorgehensweise bietet beträchtliche Vorteile: Zum einen findet eine Variablenreduktion statt, zum anderen werden die beiden Oszillatorvariablen so eingeführt, daß sie kanonisch sind. Da ein Hamiltonsches Differentialgleichungssystem vorliegt, kann auf eine gut entwickelte Theorie – insbesondere auch bezüglich der Störungsrechnung – zurückgegriffen werden.

2.1. Freie Präzession des Magnetisierungsvektors

2.1.1. Hamiltonfunktion der Spinpräzession in kanonischen Variablen

Die Hamiltonfunktion des Spinsystems in einem magnetisierten Ferrit setzt sich allgemein aus den Wechselwirkungsenergien der Spins mit den auf sie einwirkenden Magnetfeldern sowie der Spins untereinander additiv zusammen [4]. Die jeweils zu berücksichtigenden Energiebeiträge hängen davon ab, welche Phänomene beschrie-

ben werden sollen. In dieser Arbeit reicht es aus, Feld-, Kristall- und Entmagnetisierungsenergie in der Hamiltonfunktion mitzunehmen, so daß diese die Form

$$\tilde{H} = \tilde{H}_H + \tilde{H}_K + \tilde{H}_N \quad (1)$$

hat. Sie wird hier - s. Anhang 6.1. - nicht in Energie, sondern in Frequenzeinheiten ausgedrückt. Die beitragenden Wechselwirkungsenergien sind deshalb mit dem Faktor $\gamma/\mu_0 M$ versehen. Dabei sind γ das gyromagnetische Verhältnis ($\gamma/2\pi = 2.8 \text{ MHz/Oe} = 0.035 \text{ MHz/Am}^{-1}$) und $\vec{M}$ die Magnetisierung. Damit ist die Energie im Gleichfeld $\vec{H}$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_H &= -\omega_H \vec{u}_H \vec{u}_M \\ &= -\omega_H (\alpha'_{xH} \alpha'_{xM} + \alpha'_{yH} \alpha'_{yM} + \alpha'_{zH} \alpha'_{zM}), \quad \omega_H = \gamma H \end{aligned} \quad (2a)$$

wenn $\vec{u}_H$ und $\vec{u}_M$ die Einheitsvektoren in Richtung von $\vec{H}$ und $\vec{M}$, α'_{xH} , α'_{yH} , α'_{zH} und α'_{xM} , α'_{yM} , α'_{zM} die zugehörigen Richtungskosinus sind. ω_H erweist sich als die Eigenfrequenz der Spinpräzession unter dem Einfluß des statischen Magnetfeldes $\vec{H}$ (s. Anhang 6.2.1.). Die Kristallenergie wird bei den hier untersuchten kubischen Ferriten durch

$$\tilde{H}_K = \omega_K (\alpha'_{xK} \alpha'_{yK} + \alpha'_{yK} \alpha'_{zK} + \alpha'_{zK} \alpha'_{xK}), \quad \omega_K = \frac{K_1}{\mu_0 M} \quad (2b)$$

beschrieben, wenn die Richtung von $\vec{M}$ durch die Richtungskosinus α'_{xK} , α'_{yK} , α'_{zK} bezogen auf die kubischen Kristallachsen festgelegt ist. K_1 ist die Anisotropiekonstante erster Ordnung. Anisotropien höherer Ordnung können hier vernachlässigt werden, da ihr Beitrag zur Kristallenergie etwa zwei Größenordnungen kleiner ist. Die Entmagnetisierungsenergie einer ellipsoidförmigen Probe ist durch

$$\tilde{H}_N = \frac{1}{2} \omega_N (N_x \alpha'^2_{xN} + N_y \alpha'^2_{yN} + N_z \alpha'^2_{zN}), \quad \omega_N = \gamma M \quad (2c)$$

gegeben. Dabei beziehen sich die Richtungskosinus α'_{xN} , α'_{yN} , α'_{zN} von $\vec{M}$ auf die Hauptachsen des Ellipsoids.

In den Ausdrücken 2b, c wird die Lage von $\vec{M}$ in unterschiedlichen körperfesten Koordinatensystemen beschrieben. Das weitere Vorgehen macht eine einheitliche Darstellung erforderlich. Dazu wird von der Gleichgewichtslage des Magnetisierungsvektors ausgegangen, die stets mit der z-Achse eines kartesischen Koordinatensystems zusammenfallen soll (sog. "Ruhelagesystem"). Damit genügen zwei Winkel, um von den körperfesten Koordinaten x', y', z' auf die Koordinaten x, y, z des Ruhesystems überzugehen (Fig.1). Mathematisch läßt sich dieser Übergang durch die

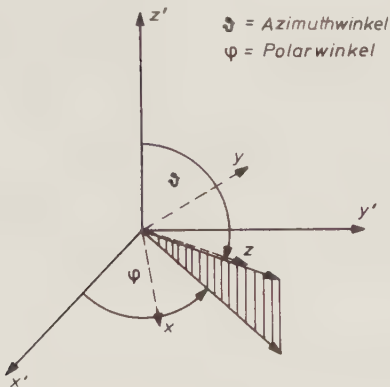


Fig.1

Körperfestes Koordinatensystem x', y', z' und Ruhelagesystem x, y, z

θ = Winkel zwischen der z' und der z -Achse

ϕ = Winkel zwischen der x' -Achse und der Projektion der z -Achse auf die x', y' -Ebene

Matrixgleichung

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\phi & \cos\theta \sin\phi & -\sin\theta \\ & -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ \sin\theta & \cos\phi & \sin\theta \sin\phi & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (3)$$

herstellen [5].

Die Hamiltonfunktion (1) wird mit Hilfe von Gl.(3) in den Ruhesystemkoordinaten ausgedrückt. Diese Koordinaten sind jedoch keine

kanonischen Variablen im Sinne der Theorie Hamiltonscher Differentialgleichungssysteme. Der Übergang auf die kanonischen Variablen erfolgt über eine von Holstein und Primakoff eingeführte Transformation [5,6]. Die angegebenen quantenmechanischen Ausdrücke lassen sich bei klassischen Problemen auf die Form

$$\begin{aligned}\alpha_{xM} &= P \left[1 - \frac{1}{4} (P^2 + Q^2) \right]^{1/2}, \\ \alpha_{yM} &= Q \left[1 - \frac{1}{4} (P^2 + Q^2) \right]^{1/2}, \\ \alpha_{zM} &= 1 - \frac{1}{2} (P^2 + Q^2)\end{aligned}\quad (4)$$

bringen. Dabei sind die α_{xM} , α_{yM} , α_{zM} die Richtungskosinus des Magnetisierungsvektors im Ruhelagesystem und die Variablen P, Q kanonisch (s. Anhang Abschnitt 6.1.). Wendet man Gl.(3) und (4) auf Gl.(1) an, so erhält man die Hamiltonfunktion in den kanonischen Variablen P, Q. Die für die verschiedenen Energieanteile sich ergebenden Ausdrücke sind im Anhang 6.2. zusammengestellt.

Die Hamiltonfunktion läßt sich nunmehr nach steigenden Potenzen von P und Q ordnen, also mit

$$\tilde{H}_n = \sum_{i+j=n} a_{ij} P^i Q^j$$

auf die Form

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_1 + \tilde{H}_2 + \tilde{H}_3 + \dots \quad (5)$$

bringen [7]. Die einzelnen Terme haben dabei folgende Bedeutung: $\tilde{H}_0$ ist die Ruheenergie des Systems ($P=Q=0$). Ihr Minimum bestimmt die Gleichgewichtslage des Magnetisierungsvektors. Im Ruhelagesystem ist $\tilde{H}_1 = 0$, weil in der Gleichgewichtslage

$$\left. \frac{\partial \tilde{H}}{\partial P} \right|_{P=Q=0} \equiv 0, \quad \left. \frac{\partial \tilde{H}}{\partial Q} \right|_{P=Q=0} \equiv 0 \quad (6)$$

weil also die auf den Magnetisierungsvektor wirkenden Kräfte verschwinden. $\tilde{H}_2$ beschreibt das Bewegungsverhalten des linearisier-

ten Systems und liefert Eigenfrequenz und Elliptizität der Präzession des Magnetisierungsvektors. $\tilde{H}_n$ mit $n \geq 3$ sind für nicht-lineare Erscheinungen im Bewegungsablauf verantwortlich.

2.1.2. Einfluß von Kristall- und Entmagnetisierungsenergie auf Eigenfrequenz und Elliptizität der Spinpräzession

In der vorliegenden Arbeit wird die Mehrzahl der Messungen an ein- und polykristallinen Ferritkugeln ausgeführt. Um den Einfluß der Entmagnetisierungsenergie zu untersuchen, wurden auch einige Messungen an Ferritscheiben vorgenommen, die im Rahmen der zur Verfügung stehenden Zeit schlecht zu reproduzieren waren und deshalb nicht wiedergegeben sind. Die Messungen werden so angelegt, daß man in guter Näherung entweder nur die Kristall- oder die Entmagnetisierungsenergie zu berücksichtigen braucht; dementsprechend werden in diesem Abschnitt beide Einflüsse getrennt behandelt, was die Rechnung wesentlich vereinfacht. Die resultierenden Energieterme enthalten somit die Gleichfeldenergie (Gl. (2a)) und entweder die Kristall- oder die Entmagnetisierungsenergie. Eigenfrequenz und Elliptizität der Spinpräzession werden in diesem Abschnitt zunächst für den linearen Bewegungsvorgang bestimmt. Daher genügt es, in den Hamiltonfunktionen Glieder bis zur 2. Ordnung in den Variablen P und Q zu berücksichtigen.

Werden in der Hamiltonfunktion von Gl.(1) nur die Gleichfeld- und Kristallenergie - Gl.(2a) und (2b) - berücksichtigt, so ergibt sich mit Gl.n.(A8), (A10), (A13) und (A15) für die Gesamtenergie

$$\tilde{H} = -\omega_H \left[\left(C - \frac{1}{2} (P^2 + Q^2) \right) C \right] + AP + BQ \quad (7)$$

$$+ \omega_K \left[(D - 2 (P^2 + Q^2) D + F_1 P^2 + F_2 Q^2 + F_3 PQ) + E_1 P + E_2 Q \right]$$

oder, entsprechend Gl.(5) geordnet, für

$$\tilde{H}_0 = -\omega_H C + \omega_K D \quad , \quad (8)$$

$$\tilde{H}_2 = \frac{1}{2} [(\omega_H C - \omega_K (4D - 2F_1)) P^2 + (\omega_H C - \omega_K (4D - 2F_2)) Q^2 + 2\omega_K F_3 PQ] \quad .$$

Dabei sind A, B, C, D, F_1 , F_2 und F_3 die in Gl.(A9), (A14) angegebenen Funktionen der Winkel θ und ϕ nach Fig.1, deren Werte für die Gleichgewichtslage von $\vec{M}$ zu bestimmen sind. Diese ergeben sich aus dem Minimum von

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 = & -\omega_H (\alpha'_{xH} \sin\theta \cos\phi + \alpha'_{yH} \sin\theta \sin\phi + \alpha'_{zH} \cos\theta) \\ & + \omega_K \sin^2\theta (\sin^2\theta \cos^2\theta \sin^2\phi + \cos^2\theta) . \end{aligned} \quad (9)$$

Legt man das statische Magnetfeld $\vec{H}$ in die (110)-Ebene des kubischen Ferrits,

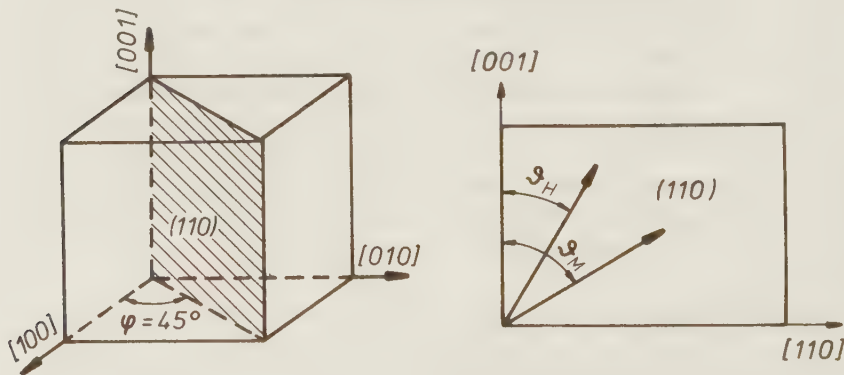


Fig.2

Lage des statischen Magnetfeldes $\vec{H}$ und des Magnetisierungsvektors $\vec{M}$ in der (110)-Ebene des Ferrits

dann liegt auch $\vec{M}$ in dieser Ebene, und man hat $\phi = 45^\circ$ und $\alpha'_{xH} = \alpha'_{yH}$. Kennzeichnet man die Richtung von $\vec{H}$ gegen die z'-Achse durch den Winkel θ_H (Fig.2), so wird aus Gl.(9)

$$\vec{H}_O = -\omega_H \cos(\theta - \theta_H) + \frac{\omega_K}{4} \sin^2 \theta (1 + 3 \cos^2 \theta) . \quad (10)$$

Über die Minimumsbedingungen $\partial \vec{H} / \partial \theta = 0$ und $\partial^2 \vec{H} / \partial \theta^2 > 0$ ergibt sich der Winkel θ_M der Gleichgewichtslage von $\vec{M}$. In Fig.3 ist der Winkelunterschied der Richtungen von $\vec{H}$ und $\vec{M}$ in Abhängigkeit von der Richtung des statischen Magnetfeldes für verschiedene Verhältnisse von Gleichfeld- zu Kristallenergie dargestellt. Nur in der $\{111\}$ -Richtung sind $\vec{H}$ und $\vec{M}$ stets parallel ("leichte Richtung"). Indessen beträgt der maximale Winkel zwischen dem Magnetisierungsvektor $\vec{M}$ und dem statischen Magnetfeld $\vec{H}$ für alle in dieser Arbeit durchgeführten Messungen wegen $v \approx 100$ nur Bruchteile eines Grades. Abweichungen der gleichen Größenordnung

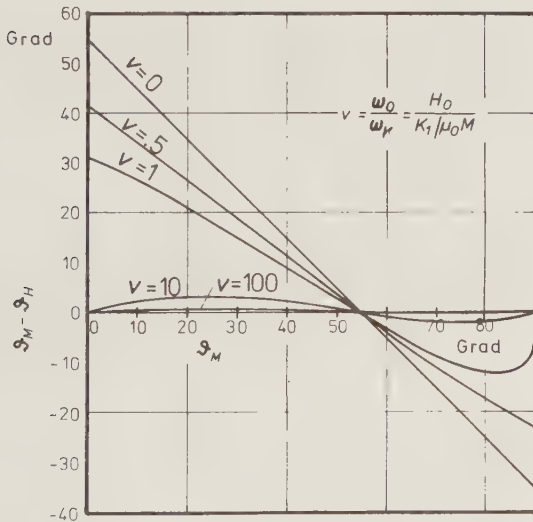


Fig.3

Differenzwinkel $\theta_M - \theta_H$ als Funktion des Winkels des Magnetfeldes $\vec{H}$ gegen die $[100]$ -Richtung für verschiedene Verhältnisse von Gleichfeld- zu Kristallenergie.

ergeben sich aus Gl.(9) auch für beliebige Richtungen von $\vec{H}$ im Kristall. Daher wird mit der sogenannten "line-up"-Näherung weitergerechnet. Mit dieser Näherung wird nach Gl.(A11) $C \approx 1$, und Gl.(8) vereinfachen sich zu

$$\begin{aligned}\tilde{H}_0 &\approx -\omega_H + \omega_K^D, \\ \tilde{H}_2 &\approx \frac{1}{2} [\omega_P^2 + \omega_Q^2 + \omega_{PQ}] ,\end{aligned}\quad (11)$$

wobei

$$\begin{aligned}\omega_P &= (\omega_H - 2\omega_K(2D - F_1)) , \\ \omega_Q &= (\omega_H - 2\omega_K(2D - F_2)) , \\ \omega_{PQ} &= 2\omega_K F_3\end{aligned}\quad (12)$$

sind. Da ω_{PQ} von der Größenordnung ω_K , ω_P und ω_Q von der Größenordnung ω_H sind, und hier $\omega_K/\omega_H \approx 1/100$ ist, kann in Gl.(11) $\omega_{PQ} \ll \omega_P^2$ oder ω_Q^2 vernachlässigt werden, so daß man für den quadratischen Term der Gln.(11) in guter Näherung

$$\tilde{H}_2 \approx \frac{1}{2} (\omega_P^2 + \omega_Q^2) \quad (13)$$

erhält. Um daraus die Eigenfrequenz ω_{HK} der Spinpräzession zu bestimmen, bringt man $\tilde{H}_2$ zweckmäßig auf die Form der Energiefunktion des harmonischen Oszillators mit der Eigenfrequenz ω_{HK} :

$$\tilde{H}_2 = \frac{1}{2}\omega_{HK} (\bar{P}^2 + \bar{Q}^2) . \quad (14)$$

Der Zusammenhang zwischen Gl.(13) und Gl.(14) läßt sich herstellen durch die kanonische Transformation

$$\begin{aligned}P &= \sqrt{\frac{\omega_Q}{\omega_P}} \bar{P} , \\ Q &= \sqrt{\frac{\omega_P}{\omega_Q}} \bar{Q} ,\end{aligned}\quad (15)$$

so daß sich für

$$\omega_{HK} = \sqrt{\omega_P \omega_Q} \quad *)$$

ergibt. Mit Gln.(12) erhält man bei Vernachlässigung von Gliedern der Ordnung $(\omega_K/\omega_H)^2$

$$\omega_{HK} \approx \omega_H \left[1 - \frac{\omega_K}{\omega_H} (F_1 + F_2 - 4D) \right] = \quad (16)$$

$$\omega_H + \omega_K \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cos 4\theta_M - 5 \sin^4 \theta_M \sin^2 2\theta_M \right) .$$

Für die (110)-Ebene folgt daraus

$$\omega_{HK} = \omega_H + \omega_K \left[2 - \frac{5}{2} \sin^2 \theta_M - \frac{15}{8} \sin^2 2\theta_M \right] . \quad (17)$$

Die so gewonnene Eigenfrequenz der Spinpräzession unter dem Einfluß von Gleichfeld- und Kristallenergie stimmt natürlich mit der unmittelbar aus der Bewegungsgleichung des Magnetisierungsvektors hergeleiteten Eigenfrequenz [5] überein.

Wenn der Einfluß der Kristallanisotropie unberücksichtigt bleibt, beschreibt die Spitze des präzessierenden Magnetisierungsvektors eine Kreisbahn. Bei Mitnahme von $\tilde{H}_K$ und kleinen Auslenkungen von $\vec{M}$ ist die Bahn eine Ellipse. Da die Bewegungsenergie im linearen Fall allein durch die $\tilde{H}_2$ gegeben und im verlustfrei angenommenen Fall zeitlich konstant ist, ergibt sich aus Gl.(13) mit $P \approx \alpha_x$ und $Q \approx \alpha_y$ die Gleichung für diese Ellipse

$$\frac{\alpha_{xM}^2}{\left(\frac{1}{\omega_P}\right)^2} + \frac{\alpha_{yM}^2}{\left(\frac{1}{\omega_Q}\right)^2} = \text{const.}$$

Als Maß für die Abweichung von der zirkularen Präzession wird das Verhältnis der beiden Hauptachsen

*) Für die (110)-Ebene gilt dieser Ausdruck exakt, da dann $\omega_{PQ} = 0$ ist.

$$e = \sqrt{\frac{\omega_P}{\omega_Q}} \quad (18)$$

herangezogen. Durch Einsetzen von ω_P und ω_Q aus Gl.(12) und Entwicklung bis zum linearen Glied in ω_K/ω_H erhält man für die Elliptizität

$$e = 1 + \frac{\omega_K}{\omega_H} \cdot \frac{1}{2} (F_1 - F_2)$$

und mit F_1 und F_2 aus Gln.(A14) bei Beschränkung auf die (110)-Ebene

$$e = 1 + \frac{\omega_K}{\omega_H} \cdot \frac{3}{4} (\sin^2 \theta - \frac{3}{4} \sin^2 2\theta) \quad (19)$$

Daraus folgt, daß die beiden Hauptachsen der Präzessionsellipse für die [100]-Richtung ($\theta = 0^\circ$) und die [111]-Richtung ($\theta = 54.73^\circ$), also für die schwere und die leichte Richtung gleich groß sind, und dieses Ergebnis gilt nach Gl.(18) wegen $\omega_P = \omega_Q$ exakt. Für beide Richtungen ist daher die Präzession zirkular. Auch für alle anderen Richtungen ist sie wegen $\omega_K/\omega_H \approx 1/100$ praktisch zirkular.

Resonanzfrequenz und Elliptizität der Präzessionsbewegung unter dem Einfluß von Gleich- und Entmagnetisierungsenergie werden auf die gleiche Weise bestimmt, wobei von der Hamiltonfunktion

$$\tilde{H} = \tilde{H}_H + \tilde{H}_N \quad (20)$$

auszugehen ist. Wir beschränken uns hier auf abgeplattete (diskusförmige) Rotationsellipsoide, die durch die Entmagnetisierungsfaktoren $N_{z'} = N_{\perp} > N_{\parallel}$, gekennzeichnet sind. Die Richtung von $\vec{H}$ und die Gleichgewichtslage von $\vec{M}$ lassen sich wegen der Rotationssymmetrie um die z' -Achse durch die beiden Winkel θ_H und θ_M gegen diese angeben (Fig.4).

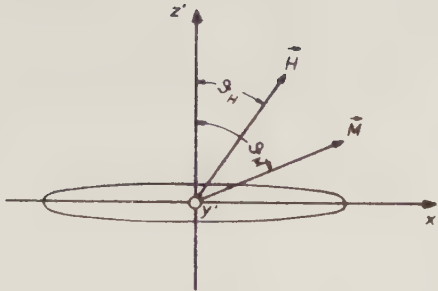


Fig.4

Lage des statischen Magnetfeldes $\vec{H}$ und des Magnetisierungsvektors $\vec{M}$ bezogen auf die Symmetrieachse des abgeplatteten Rotationsellipsoids

θ_M ergibt sich aus dem Minimum von

$$\tilde{H}_O = -\omega_H [\sin\theta \sin\theta_H + \cos\theta \cos\theta_H] + \frac{1}{2} \omega_N [N_x \sin^2\theta + N_z \cos^2\theta]$$

zu

$$\theta_M = \theta_H + \arcsin\left(\Gamma \frac{\sin 2\theta_M}{2}\right), \quad \Gamma = (N_\perp - N_\parallel) \omega_N / \omega_H. \quad (21)$$

Der Verlauf von θ_M ist in Fig.5 als Funktion von θ_H mit Γ als Parameter dargestellt. Liegt z.B. $\vec{H}$ in der x', y' -Ebene, so ist wegen $N_\perp = 1$, $N_\parallel = 0$ und $\omega_H \geq 2\omega_N$ stets $\Gamma \leq 0.5$. Die Richtungen von $\vec{H}$ und $\vec{M}$ können daher um bis zu 10° voneinander abweichen, weshalb in diesem Fall bei der Bestimmung der Resonanzfrequenz ω_{HN} nicht von der "line-up"-Näherung ausgegangen werden kann. Diese wird aus den in P und Q quadratischen Termen von Gl.(20), also wieder aus Gl.(13) bestimmt, wobei

$$\omega_P = \omega_H (\sin\theta_M \sin\theta_H + \cos\theta_M \cos\theta_H) - \omega_N (N_\perp - N_\parallel) (\cos\theta_M - \sin\theta_M)$$

$$\omega_Q = \omega_H (\sin\theta_M \sin\theta_H + \cos\theta_M \cos\theta_H) - \omega_N' (N_\perp - N_\parallel) \cos\theta_M \quad (22)$$

sind. Mit der durch Gln.(14) und (15) beschriebenen Transformation erhält man für die Resonanzfrequenz

$$\begin{aligned} \omega_{HN} = \sqrt{\omega_P \omega_Q} = \omega_H [(\sin \theta_M \sin \theta_H + \cos \theta_M \cos \theta_H) - \\ - \Gamma (\cos^2 \theta_M - \sin^2 \theta_M) (\sin \theta_M \sin \theta_H + \cos \theta_M \cos \theta_H) - \cos^2 \theta_M]^{1/2} \end{aligned} \quad (23)$$

in Übereinstimmung mit dem unmittelbar aus der Bewegungsgleichung gewonnenen Ergebnis [8].

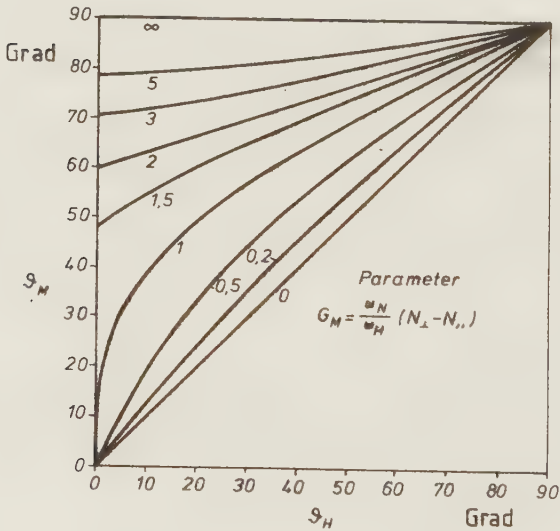


Fig.5

Lage des Magnetisierungsvektors $\vec{M}$ als Funktion des statischen Magnetfeldes $\vec{H}$ für verschiedene Rotationsellipsoide und Verhältnisse $\omega_N / \omega_H = M/H$

Für das Verhältnis der Hauptachsen der Präzessionsellipse erhält man aus Gl.(18) mit Gln.(22) für die Elliptizität

$$e = \sqrt{1 + \frac{\Gamma \sin^2 \theta_M}{\cos(\theta_H - \theta_M) + \Gamma \cos^2 \theta_M}} \quad (24)$$

Die Präzession ist also nur für $\theta_M = 0$ zirkular, was aufgrund der Rotationssymmetrie verständlich ist. Die Elliptizität wird maximal für $\theta_M = \theta_H = 90^\circ$. Sie kann dann wegen $e = \sqrt{1 + \Gamma}$ Werte von 1.2 erreichen.

2.1.3. Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der Präzessionsamplitude

Mit zunehmender Schwingungsamplitude müssen höhere als quadratische Glieder in P und Q in der Hamiltonfunktion mitgenommen werden. Das Hamiltonsche Differentialgleichungssystem ist dann im allgemeinen nicht mehr geschlossen lösbar, so daß meist Störungsverfahren angewandt werden, um eine Lösung mit ausreichender Genauigkeit zu erhalten. Gegenüber der linearen Schwingung hängt die Eigenfrequenz einer nichtlinearen Schwingung von der Schwingungsamplitude ab. Außerdem ist der zeitliche Verlauf der nichtlinearen Schwingung nicht mehr harmonisch. In den weiteren Betrachtungen – insbesondere zur Bestimmung des Intermodulationsspektrums ist die Amplitudenabhängigkeit der Eigenfrequenz von besonderem Interesse. Sie wird im folgenden mit Hilfe einer analytischen Störungsrechnung ([9] insbesondere Kapitel 8) bestimmt.

Zunächst wurden wiederum, wie im vorhergehenden Abschnitt, nur Gleichfeld- und Kristallenergie berücksichtigt, so daß die Hamiltonfunktion durch $\tilde{H} = \tilde{H}_H + \tilde{H}_K$ beschrieben wird. Um die gewünschte Eigenfrequenz als Funktion der Schwingungsamplitude (vgl. Glg. (27)) zu bestimmen, genügt es nach [9] Glieder bis zur 4. Ordnung in P und Q mitzunehmen. Da $\tilde{H}_0$ die Ruheenergie des Systems ist, und $\tilde{H}_1$ im Ruhelagesystem verschwindet, ist der das dynamische Verhalten beschreibende Teil der Hamiltonfunktion nach Gl. (5)

$$\tilde{H} = \tilde{H}_2 + \tilde{H}_3 + \tilde{H}_4 \quad . \quad (25)$$

Wie im linearen Fall werden auch hier die Glieder $\tilde{H}_2$ bis $\tilde{H}_4$

aus den entsprechenden Ausdrücken (A 13) und (A 16) im Anhang gewonnen und über Gln.(15) auf die Normalform

$$\ddot{H} = \frac{1}{2} \omega_{HK} (\bar{P}^2 + \bar{Q}^2) + \omega_K \sum_{i+j=3} f_{ij} \bar{P}^i \bar{Q}^j + \sum_{i+j=4} f_{ij} \bar{P}^i \bar{Q}^j \quad (26)$$

gebracht. Die Koeffizienten f_{ij} werden in (Gl. A21) im Anhang (Abschnitt 6.3.) angegeben. Die Terme 3. und 4. Ordnung in P und Q stellen Störungen des durch das erste Glied beschriebenen harmonischen Oszillators dar. Daraus ergibt sich, wie im Abschnitt 6.3. des Anhangs gezeigt wird, der Zusammenhang zwischen Eigenfrequenz und Schwingungsamplitude. Aus Gl. (A 24) folgt mit den Gln. (14,15)

$$\omega_{HK}(\bar{P}, \bar{Q}) = \omega_{HK} - \omega_K \frac{9}{8} \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cos(4\theta_M) - 5 \sin^2(2\theta_M) \sin^4 \theta_M \right) (\bar{P} + \bar{Q}) \quad (27)$$

Dabei wurde von der Näherung $\omega_P/\omega_Q \approx 1$ Gebrauch gemacht, die wegen $\omega_K/\omega_{HK} \ll 1$ sehr gut erfüllt ist. Damit wird in gleicher Näherung $\bar{P} \approx P$ und $\bar{Q} \approx Q$, so daß Gl.(27) auch für die nicht überstrichenen Größen gilt.

Der Zusammenhang zwischen dem Präzessionswinkel θ und den Variablen P und Q ergibt sich aus dem Vergleich der Reihenentwicklung von

$$\alpha_{zM} = \cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \theta^2$$

mit der dritten Gleichung der Gln.(4)

$$\alpha_{zM} = 1 - \frac{1}{2} (P^2 + Q^2)$$

zu

$$\theta^2 \approx P^2 + Q^2$$

Damit ergibt sich aus Gl.(27) der Zusammenhang zwischen Eigenfrequenz und Präzessionswinkel unter dem Einfluß der Kristall-

energie. In [10] fehlt in dem entsprechenden Ausdruck Gl.(27) beim zweiten Glied auf der rechten Seite der Faktor $1/2$.

Bei der Bestimmung der Amplitudenabhängigkeit der Eigenfrequenz bei Berücksichtigung der Gleichfeld- und Entmagnetisierungsenergie mit der Hamiltonfunktion

$$\tilde{H} = \tilde{H}_H + \tilde{H}_N$$

wird analog wie oben vorgegangen. Man erhält (s. Anhang, Abschnitt 6.3.)

$$\begin{aligned} \omega_{HN}(P,Q) = \omega_{HN} [1 + (P^2 + Q^2)] \\ \left[\frac{\omega_N}{16\omega_{HN}} (N_{\perp} - N_{\parallel}) [3(\cos^2\theta_M - \sin^2\theta_M) \left(\frac{\omega_Q}{\omega_P}\right)^2 + 3\cos^2\theta_M \left(\frac{\omega_P}{\omega_Q}\right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + (2\cos^2\theta_M - \sin^2\theta_M)] + \frac{3}{32} \left(\frac{\omega_N}{\omega_{HN}}\right)^2 (N_{\perp} - N_{\parallel})^2 \cos^2\theta_M \sin^2\theta_M \right. \right. \\ \left. \left. \left[\left(3\left(\frac{\omega_Q}{\omega_P}\right)^{3/2} + \left(\frac{\omega_P}{\omega_Q}\right)^{1/2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_Q}{\omega_P}\right)^{3/2} - \left(\frac{\omega_P}{\omega_Q}\right)^{1/2}\right]^2 \right] \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Eine entsprechende Näherung wie im Falle der Kristallenergie ist hier nicht möglich, da ω_N und ω_{HN} von gleicher Größenordnung sind. Der quadratische Term in (ω_N/ω_{HN}) kann aber, wenn $\theta=0$ oder $\theta=90^\circ$ ist, gegenüber dem linearen Fall vernachlässigt werden.

2.2. Erzwungene Präzession des Magnetisierungsvektors unter der Einwirkung zweier harmonischer Signale

2.2.1. Bestimmung der Amplitude des Magnetisierungsvektors

Bisher wurde von einer freien, ungedämpften Schwingung ausgegangen. Zur Deutung der durchgeführten Messungen müssen jedoch das angelegte magnetische Wechselfeld und die Dämpfung in die Betrachtung

tung einbezogen werden, wodurch zwei zusätzliche Terme in der Hamiltonfunktion nötig werden. Die Anregung des Spinsystems durch das magnetische Wechselfeld wird durch den Beitrag

$$\tilde{H}_{\sim} = -\alpha_{xM} \operatorname{Re}(\omega_{\sim x} e^{j\omega t}) - \alpha_{yM} \operatorname{Re}(\omega_{\sim y} e^{j\omega t}) \quad (29)$$

zur Hamiltonfunktion berücksichtigt [11]. Dabei sind α_{xM} und α_{yM} in Gl.(4) erläutert, und $\omega_{\sim x}$ und $\omega_{\sim y}$ die in Frequenzeinheiten ausgedrückten magnetischen Wechselfelder in x- und y-Richtung des Ruhelagesystems, also $\omega_{\sim x} = \gamma h_{\sim x}$ und $\omega_{\sim y} = \gamma h_{\sim y}$, wenn h_x und h_y die Phasoren des magnetischen Wechselfeldes bezeichnen. Die Dämpfung wird über die Rayleighsche Dissipationsfunktion [12]

$$FR = \frac{1}{2} \alpha (\dot{P}^2 + \dot{Q}^2)$$

in den Lagrangeschen Bewegungsgleichungen (Anhang, Abschnitt 6.1.) auf der rechten Seite durch die Zusatzterme $-\frac{\partial FR}{\partial P}$ Gl.(A5) und $-\frac{\partial FR}{\partial Q}$ Gl.(A6) berücksichtigt, wobei α die Dämpfungskonstante ist. Die so eingeführte Dämpfung führt in der Hamiltonfunktion auf den Beitrag

$$\tilde{H}_{\text{diss}} = (\dot{P}^2 + \dot{Q}^2) \quad .$$

Dieses Vorgehen entspricht der phänomenologischen Beschreibung durch den Gilbertschen Dämpfungsterm in der Bewegungsgleichung des Magnetisierungsvektors [13]. Unter dem Einfluß von Anregung und Dämpfung ist somit die Hamiltonfunktion des linearen Spinsystems

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \tilde{H}_2 + \tilde{H}_{\text{diss}} + \tilde{H}_{\sim} \\ &= \frac{1}{2} (\omega_P P^2 + \omega_Q Q^2) + \alpha (\dot{P}^2 + \dot{Q}^2) \\ &\quad - P \operatorname{Re}(\omega_{\sim x} e^{j\omega t}) - Q \operatorname{Re}(\omega_{\sim y} e^{j\omega t}) \quad . \end{aligned} \quad (30)$$

Die beiden in Abschnitt 2.1.2. behandelten Fälle, nämlich die Berücksichtigung der Kristall- bzw. der Entmagnetisierungsenergie in der Hamiltonfunktion, unterscheiden sich in Gl. (30) lediglich in den Größen ω_P und ω_Q . Mit den Hamiltonschen Differentialgleichungen (Gl. (A7)) erhält man aus Gl. (30) einen tensoriellen Zusammenhang von $\underline{P}$ und $\underline{Q}$ ^{1*)} mit $\underline{\omega}_x$ und $\underline{\omega}_y$. Um im weiteren eine Übereinstimmung mit der in der Literatur üblichen Schreibweise zu erhalten, werden die Phasoren der Wechselmagnetisierung über $\underline{m}_x = \underline{P} M$ und $\underline{m}_y = \underline{Q} M$ eingeführt. Damit ergibt sich zwischen Wechselmagnetisierung und magnetischem Wechselfeld der tensorielle Zusammenhang

$$\underline{\vec{m}} = \underline{\vec{\chi}} \underline{\vec{h}} \quad (31)$$

wobei $\underline{\vec{m}} = (\underline{m}_x, \underline{m}_y)^T$ und $\underline{\vec{h}} = (\underline{h}_x, \underline{h}_y)^T$ sind. ^{2*)} Für kleine Werte der Dämpfungskonstante erhält man für den Suszeptibilitätstensor

$$\underline{\vec{\chi}} = \frac{\omega_M}{\omega_E^2 - \omega^2 + j2\omega\omega_E\alpha} \begin{bmatrix} \omega_Q & -j\omega \\ j\omega & \omega_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\chi}_a & -j\underline{\kappa} \\ j\underline{\kappa} & \underline{\chi}_b \end{bmatrix} \quad (32)$$

wobei $\underline{\chi}_a = \chi'_a - j\chi''_a$, $\underline{\chi}_b = \chi'_b - j\chi''_b$ und $\underline{\kappa} = \kappa' - j\kappa''$

sind. Die Resonanz der Präzessionsbewegung ist durch $\omega_E = \sqrt{\omega_P \omega_Q}$ gegeben, und die Sättigungsmagnetisierung geht über $\omega_M = \gamma M$ ein.

Das lineare Verhalten des Spinsystems ist durch Gl. (30) und damit durch die Suszeptibilitätsbeziehung Gl. (31) vollständig bestimmt. Um eine Näherungslösung im nichtlinearen Bereich zu erhalten, wird hier das Verfahren der sukzessiven Approximation angewandt. Wie im Anhang Abschnitt 6.3. hergeleitet wird, hängt die Resonanzfrequenz ω_E bei Berücksichtigung des nichtlinearen Verhaltens gemäß Gl. (A24) von den Koordinaten $\bar{P}$ und $\bar{Q}$ in der Form $(\bar{P}^2 + \bar{Q}^2)$ ab. Damit wird der Suszeptibilitätstensor nach Gl. (32) amplitu-

1*) $\underline{P}$ und $\underline{Q}$ sind die komplexen Erweiterungen von P und Q.

2*) T bedeutet Transponierte Matrix bzw. Vektor

denabhängig und folglich auch die Suszeptibilitätsbeziehung Gl.(31) nichtlinear. Zur Berücksichtigung des nichtlinearen Einflusses ist es erforderlich, $(\bar{P}^2 + \bar{Q}^2)$ für das angelegte Wechselfeld zu ermitteln. Aus der Definition von $\bar{P}$ und $\bar{Q}$ nach Gl.(15) und unter Berücksichtigung von $m_x(t) = P(t)M$ und $m_y(t) = Q(t)M$ ergibt sich

$$\begin{aligned} a = \bar{P}^2 + \bar{Q}^2 &= M^{-2} \left[\frac{\omega_Q}{\omega_P} m_x^2(t) + \frac{\omega_P}{\omega_Q} m_y^2(t) \right] \\ &= M^{-2} (\overset{\circ}{m}_x^2(t) + \overset{\circ}{m}_y^2(t)) . \end{aligned} \quad (33)$$

Dabei ist a ein Maß für die Amplitude und der normierte Vektor der Wechselfeldmagnetisierung mit den Komponenten

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{m}_x(t) &= \sqrt{\frac{\omega_Q}{\omega_P}} m_x(t) \\ \overset{\circ}{m}_y(t) &= \sqrt{\frac{\omega_P}{\omega_Q}} m_y(t) \end{aligned} \quad (34)$$

vollführt eine zirkuläre Präzessionsbewegung. In dieser Normierung erhält man den komplexen Suszeptibilitätstensor, indem man die x-Komponente von Gl.(31) mit $\sqrt{\frac{\omega_Q}{\omega_P}}$ und deren y-Komponente mit $\sqrt{\frac{\omega_P}{\omega_Q}}$ multipliziert, so daß

$$\overset{\circ}{m} = \begin{bmatrix} \overset{\circ}{m}_x \\ \overset{\circ}{m}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\chi} & -j\underline{\kappa} \\ j\underline{\kappa} & \underline{\chi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{h}_x \\ \underline{h}_y \end{bmatrix} = \underline{\overset{\circ}{h}} \quad (35)$$

wird. Damit kann $(P^2 + Q^2)$ unter der Einwirkung zweier harmonischer Wechselfelder berechnet werden. Für Signale, die aus einer Überlagerung mehrerer Frequenzen bestehen, wird die komplexe Gleichung(35) für die Frequenz ω auf die reelle Form

$$[\overset{\circ}{m}]_{\omega} = [\overset{\circ}{\chi}]_{\omega} [\underline{h}]_{\omega} \quad (36)$$

gebracht. Dabei sind

$$\begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{m} \end{bmatrix} = (m_x^c, m_x^s, m_y^c, m_y^s)^T \quad \text{und} \quad [h] = (h_x^c, h_x^s, h_y^c, h_y^s)^T$$

Spaltenvektoren, die die Amplituden der Cosinus- und Sinusanteile (gekennzeichnet durch die oberen Indizes c und s) der komplexen Größen in Gl.(31) enthalten, und die Matrix des Suszeptibilitätstensors

$$\begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{\chi} \end{bmatrix}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & \chi' & 0 & 0 \\ \chi' & -\chi'' & -\kappa'' & -\kappa' \\ 0 & \chi'' & 0 & \kappa' \\ 0 & \kappa'' & \kappa' & \chi' \\ 0 & \kappa' & 0 & -\chi'' \\ -\kappa' & \kappa'' & \chi'' & \chi' \end{bmatrix}_\omega \quad (37)$$

Im Falle zweier harmonischer Signale wird die bisherige Schreibweise für eine Frequenz erweitert in

$$\begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{\chi} \end{bmatrix} [h] \quad (38)$$

wobei

$$\begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\vec{m}]_{\omega 1} \\ [\vec{m}]_{\omega 2} \end{bmatrix}, \quad [h] = \begin{bmatrix} [h]_{\omega 1} \\ [h]_{\omega 2} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{bmatrix} [\vec{\chi}]_{\omega 1} & 0 \\ 0 & [\vec{\chi}]_{\omega 2} \end{bmatrix} \quad (39)$$

sind. Die Wechsellagerung $\vec{m}(t)$ ergibt sich mit Gl.(38) aus

$$\vec{m}(t) = [\tau][m] = [\tau][\vec{\chi}][h], \quad (40)$$

wobei die Matrix

$$[\tau] = \begin{bmatrix} \cos \omega_1 t & \sin \omega_1 t & 0 & 0 & \cos \omega_2 t & \sin \omega_2 t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \omega_1 t & \sin \omega_1 t & 0 & 0 & \cos \omega_2 t & \sin \omega_2 t \end{bmatrix}$$

die Zeitabhängigkeit beschreibt. Mit Gl.(37) folgt für die gesuchte Beziehung (33)

$$a(t) = \vec{P}^2 + \vec{Q}^2 = M^{-2} [h]^T [\vec{\chi}]^T [\tau]^T [\tau] [\vec{\chi}] [h], \quad (41)$$

womit der zeitliche Verlauf der Amplitude des Magnetisierungsvektors bei Anregung durch ein magnetisches Wechselfeld bestimmt wird.

Über eine Fouriertransformation der rechten Seite von Gl.(41) erhält man das Frequenzspektrum $a(\omega)$, das die Grundlage zur Bestimmung des letztlich gesuchten Spektrums von $\vec{M}(\omega)$ bildet. Der Ausdruck auf der rechten Seite von Gl.(41) gewinnt sehr an Anschaulichkeit, wenn man das anregende Feld $\vec{h}$ nicht in kartesischen sondern in Lamor- und Antilamorkomponenten schreibt. Eine beliebige in kartesischen Koordinaten gegebene Anregung einer Frequenz läßt sich über die Beziehung

$$\begin{bmatrix} h_x^c \\ h_x^s \\ h_y^c \\ h_y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & , & \cos \xi \\ -\sin \xi & , & \sin \xi \\ \sin \xi & , & \sin \xi \\ \cos \xi & , & -\cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_L \\ h_{AL} \end{bmatrix}$$

oder zusammengefaßt durch

$$[h] = [\xi] [h_{zirk}]$$

ausdrücken; dabei bezeichnet ξ den Winkel zwischen der x-Achse und der Lage von h im Zeitnullpunkt. Zur Verallgemeinerung auf zwei anregende Signale werden analog Gl.(39) die Matrizen

$$[h] = \begin{bmatrix} [\xi]_{\omega 1} & 0 \\ 0 & [\xi]_{\omega 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [h_{zirk}]_{\omega 1} \\ [h_{zirk}]_{\omega 2} \end{bmatrix} = [\xi] [h_{zirk}]$$

eingeführt. Setzt man das in dieser Weise dargestellte magnetische Wechselfeld in Gl.(41) ein, so erhält man

$$a(t) = M^{-2} [h_{zirk}]^T [S] [h_{zirk}] \quad (42)$$

wobei

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega \\ \Delta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega \\ \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi \end{bmatrix}$$

gegeben ist. Die Matrix hat folgende Struktur

$$[S] = \begin{bmatrix} \text{const.} & 2\Omega_1 & \Delta\Omega & \Sigma\Omega \\ 2\Omega_1 & \text{const.} & \Sigma\Omega & \Delta\Omega \\ \Delta\Omega & \Sigma\Omega & \text{const.} & 2\Omega_2 \\ \Sigma\Omega & \Delta\Omega & 2\Omega_2 & \text{const.} \end{bmatrix} \quad (43) \quad *)$$

Die Symbole dieses Schemas stehen für je ein Matricelement und haben folgende Bedeutung:

const = von ω_1 und ω_2 unabhängiges Element

$2\Omega_1$ = Matricelement mit der doppelten Frequenz von ω_1

$2\Omega_2$ = Matricelement mit der doppelten Frequenz von ω_2

$\Delta\Omega$ = Matricelement mit der Differenzfrequenz $\omega_2 - \omega_1$

$\Sigma\Omega$ = Matricelement mit der Summenfrequenz $\omega_2 + \omega_1$

Die Gestalt der Matrix [S] läßt zusammen mit der Beziehung (42) folgende Interpretation zu: Diese beschreibt die Auswirkung des anregenden Feldes $[h_{\text{zirk}}]$ auf die Amplitude $a(t)$. Reine Lamor- oder Antilamoranregungen einer Frequenz führen erwartungsgemäß zu konstanter Präzessionsamplitude. Enthält die Anregung mit ei-

*) Die Berechnung der Matricelemente ist einfach; die resultierenden Ausdrücke sind jedoch so umfangreich, daß hier auf ihre Angabe verzichtet wird.

ner Frequenz Lamor- und Antilamoranteile, so bewirkt dies Spektralanteile bei der doppelten Frequenz (1. Harmonischen) in $a(t)$. Wenn ein Signal aus zwei Frequenzen nur Lamor- oder

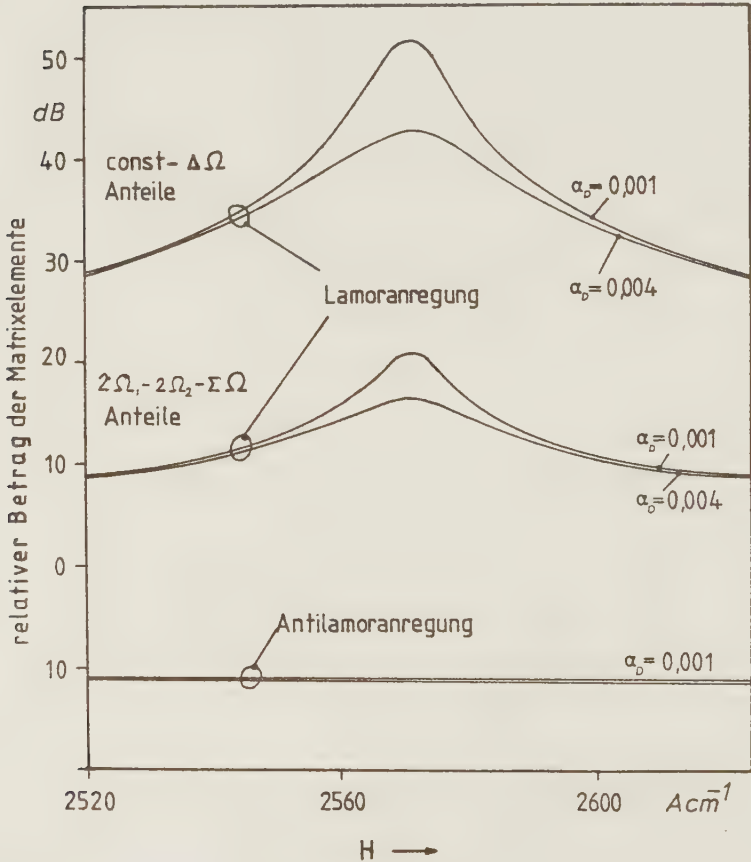


Fig.6

Berechneter relativer Betrag der S -Matrix in Abhängigkeit vom statischen Magnetfeld für verschiedene Dämpfungsparameter α_D ($f_1 = 9$ GHz, $f_2 = 9.001$ GHz, $M_s = 1200$ A/cm)

Antilamorkomponenten enthält, ergibt sich nur die Differenzfrequenz. Wird dagegen mit der Lamorkomponente der einen Frequenz und mit der Antilamorkomponente der anderen angeregt, so entsteht nur die Summenfrequenz in $a(t)$.

Einen quantitativen Überblick über die Größenordnung der Matrixelemente vermittelt Fig.6, in der die einzelnen Spektralanteile betragsmäßig über dem statischen Magnetfeld dargestellt sind. Dabei werden die Anregung linearpolarisiert, und die Pegel der Signale beider Frequenzen gleich groß gewählt. Aus Fig.6 wird deutlich, daß das konstante Matrixelement und das mit der Differenzfrequenz die anderen um etwa zwei Größenordnungen übersteigen. Zur Bestimmung des letztlich interessierenden nichtlinearen Verhaltens des Magnetisierungsvektors genügt es deshalb, im weiteren nur die Differenzfrequenzkomponente zu berücksichtigen, was den Rechenaufwand wesentlich vermindert.

2.2.2. Bestimmung des Frequenzspektrums der Wechsellamortisierung

Bei Anregung durch ein magnetisches Wechselfeld $\vec{h}(t)$ und bekannter Suszeptibilität ist der Vektor der Wechsellamortisierung durch Gl.(31) gegeben. Im linearen Fall besteht dessen Frequenzspektrum aus den Spektralanteilen, die auch das anregende Signal enthält. Dabei wird im hier betrachteten Fall der beiden Frequenzen ω_1 und ω_2 das Zeitverhalten von $\vec{m}(t)$ durch die zeitabhängige $[T]$ -Matrix von Gl.(40) bestimmt. Der Übergang auf den nichtlinearen Fall erfolgt, indem man den Einfluß der im Abschnitt 2.2.1. abgeleiteten Amplitude $a(t)$ auf die Suszeptibilitätsmatrix in Gl.(38) berücksichtigt. Damit wird auch die Matrix $[\mathcal{R}]$ eine Funktion der Zeit, so daß die Zeitabhängigkeit von $\vec{m}(t)$ nunmehr durch das Produkt der beiden Matrizen $[T][\mathcal{R}]$ beschrieben wird. Wie im Abschnitt 2.2.1. gezeigt, genügt es, für die im folgenden anzustellenden Betrachtungen die konstanten Anteile und die Anteile der Differenzfrequenz in $a(t)$ zu berücksichtigen. Damit wird die Suszeptibilitätsmatrix eine periodische Funktion der Zeit mit der

Grundfrequenz $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$.

Das Spektrum $\vec{m}(\omega)$ unter dem Einfluß von $a(t)$ ergibt sich durch die Fourierkomponenten der Produktmatrix $[P]_{\omega_1, \omega_2} = [T][X]$. Bei der praktischen Ausführung der hierzu erforderlichen Fouriertransformation der Produktmatrix stößt man auf folgende Schwierigkeit: Die für den Vergleich mit der Messung interessierenden Linien des Intermodulationsspektrums von $m(t)$ liegen im Frequenzbereich der beiden anregenden Signale mit den Frequenzen f_1 und f_2 (hier ca. 9 GHz), haben nämlich die Frequenzen $(2f_1 - f_2) = f_1 - 1 \text{ MHz}$ und $(2f_2 - f_1) = f_2 + 1 \text{ MHz}$. Die Fouriertransformation müßte also bis zur 1000-fachen Harmonischen von $\Delta\omega$ durchgeführt werden. Das hierfür anzuwendende numerische Rechenverfahren wäre sehr zeitintensiv und verliert bei diesen hohen Ordnungen zudem an Genauigkeit. Es wird deshalb ein Verfahren gewählt, das dem Problem besser angepaßt ist. Dabei wird zunächst das Fourierspektrum von $[X]$ numerisch berechnet, und dann die Multiplikation mit der $[T]$ -Matrix über die entsprechenden Additionstheoreme analytisch durchgeführt. Das Spektrum wird also zerlegt in ein Produkt aus einem NF-Spektrum ($[X]$ -Matrix) und einem HF-Spektrum ($[T]$ -Matrix). Dabei wird die hochfrequente harmonische Zeitfunktion durch die niederfrequente Zeitfunktion amplitudenmoduliert. Die Folge ist das Auftreten von Nebenlinien, die das Intermodulationsspektrum bilden. Das so berechnete Spektrum wird im folgenden mit dem Experiment verglichen.

3. Meßverfahren

Untersuchungen von Nichtlinearitäten in Ferriten wurden insbesondere von M.T. Weiss und Mitarbeitern Mitte bis Ende der 50er Jahre durchgeführt [14,15, 16]. Dabei wurde u.a. versucht, die von der Wechselfeldamplitude abhängige auf der Kristallanisotropie beruhende Resonanzfeldverschiebung zu bestimmen. Wegen der damals verfügbaren Signalquellen geringer Langzeitstabilität einerseits und der geringen zu erwartenden Resonanzfeldverschiebung andererseits waren die Meßergebnisse recht ungenau.

Meßtechnisch sehr viel einfacher zu erfassen war und ist die Mikrowellenleistung, bei der das Spinwellensystem instabil, und das "Fold-Over-Phänomen" beobachtet wird. Liegt dessen Einsatzschwelle sehr niedrig, dann überdeckt dieser Effekt die Einsatzschwellen aller anderen nichtlinearen Effekte, die dann nur schwer unterschieden werden können. Dies veranlasste M.T. Weiss zu der Vermutung, daß Frequenzverschiebungseffekte aufgrund der Kristallanisotropie wegen der benötigten hohen Feldstärken nicht nachzuprüfen sind. Zu ihrer Erfassung scheidet die Messung ihrer Schwellenleistung sicher aus. Dazu ist ein Meßverfahren erforderlich, das vor der Einsatzschwelle der Spinwelleninstabilität, also mit sehr viel kleineren HF-Leistungen auskommt. Das hier angewandte Intermodulationsmeßverfahren hat zudem den Vorzug, thermische Einflüsse stark zu unterdrücken.

3.1. Materialauswahl

Obwohl nach den Ausführungen im theoretischen Teil dieser Arbeit alle Ferrite infolge ihrer Kristallanisotropie zu einer von der Amplitude der Spinpräzession abhängigen Verschiebung der Resonanzfrequenz führen, gibt es doch einige Kriterien, bei denen dieser Effekt besonders stark in Erscheinung tritt. Insbesondere ist die Materialauswahl wegen der zu erwartenden kleinen Meßsignale mitentscheidend, da die Stärke der bei zwei Anregungssignalen be-

nachbarter Frequenzen entstehenden Intermodulationslinien - gleichbleibende Orientierung des kubischen Ferrits im statischen Magnetfeld vorausgesetzt - zunimmt, wenn die Kristallanisotropie möglichst groß und die Verluste - gekennzeichnet durch die Linienbreite ΔH hinreichend klein sind. Nach einigen Vorversuchen mit verschiedenen Materialien zeigte sich, daß bei der zur Verfügung stehenden Generatorleistung zur Erzielung einer ausreichenden Meßgenauigkeit nur Ferrite mit sehr kleiner Linienbreite verwendet werden konnten. Solche Materialien werden vor allem in YIG-Filtern angewandt. YIG-Einkristalle sehr kleiner Linienbreite sind kommerziell erhältlich, polykristalline Materialien dieser Qualität jedoch nicht. Ein- und polykristalline Materialien in Kugelform wurden dankenswerter Weise vom Philips-Forschungslaboratorium Hamburg für diese Untersuchung zur Verfügung gestellt. Näheres über die Herstellung dieser Proben findet man in [17] und [18].

Um auch formanisotrope Proben untersuchen zu können, wurde zunächst versucht, Rotationsellipsoide nach der Methode von Mayer durch Schleifen im Magnetfeld herzustellen [19, 20]. Die so erhaltenen Proben erfüllten jedoch bei weitem nicht die an die Oberflächenqualität zu stellenden Forderungen. Um den Einfluß der Oberflächenrauigkeit auf die Linienbreite vernachlässigen zu können, müssen Oberflächen optischer Qualität vorliegen [17]. Diese erreicht man durch einen mehrwöchigen Poliervorgang, wie er bei den von Philips zur Verfügung gestellten Kugeln angewandt wurde. Versuche, diese Technologie auf die Herstellung von Rotationsellipsoiden zu übertragen, wurden nicht unternommen.

Schließlich stand noch eine Probe aus polykristallinem YIG + 0.06 Mn mit definierter Porosität [21] zur Verfügung. Dadurch war es möglich, die Auswirkung auch der Porosität und damit der

inneren Entmagnetisierung auf das nichtlineare Verhalten des Ferrits zumindest in diesem Fall festzustellen.

Alle vermessenen Materialien sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

3.2. Meßaufbau

Die amplitudenabhängige Resonanzfrequenzverschiebung und die dadurch auftretenden Intermodulationslinien sind bei konstant gehaltener HF-Leistung umso stärker, je weniger die Signalfrequenzen von der Resonanzfrequenz der Spinpräzession abweichen (s. theoret. Teil). Weit außerhalb der Resonanz macht sich die Frequenzverschiebung praktisch nicht bemerkbar. Die Messungen wurden deshalb in unmittelbarer Umgebung der Resonanz durchgeführt. Dazu wurde wegen der unterschiedlichen Signalfrequenzen und der erwarteten Intermodulationsfrequenzen als Meßsystem eine nichtresonante Leitungsanordnung benutzt. Ein Hohlraumresonatorverfahren hätte zudem den Nachteil, daß es wegen der Kopplung der beiden resonanzfähigen Systeme (Resonator und Ferritkugel)

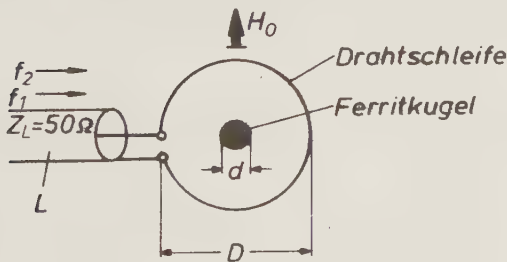


Fig.3.1.

Ferritprobe im Zentrum einer Koppelschleife zur Messung der Intermodulationsleistung; Schleifendurchmesser $D = 1.0 \text{ mm}$, Kugeldurchmesser s. Tab.1

gleicher Eigenfrequenz und vergleichbarer Güte zu einer unerwünschten Verstimmung der Resonanzfrequenz kommen kann. Als geeignete Anordnung bietet sich eine induktive Koppelschleife an, wie sie in YIG-Filtern benutzt wird. Der prinzipielle Ausbau dieser Ankopplung ist in Fig.3.1. dargestellt. Die Messung des reflektierten Signals über eine Koppelschleife hat gegenüber Transmissionsmessungen mit zwei Koppelschleifen gewisse Vorteile. Da dann nur eine Kopplungskonstante zu berücksichtigen ist, gestaltet sich die Berechnung des anregenden magnetischen Wechselfeldes am Ort der Probe einfacher. Ein weiterer Vorteil wird anhand von Fig.3.2. deutlich. Man erhält für das zulaufende Zweilinienspektrum (f_1 , f_2) nach Wechselwirkung mit dem Meßobjekt in der Ampli-

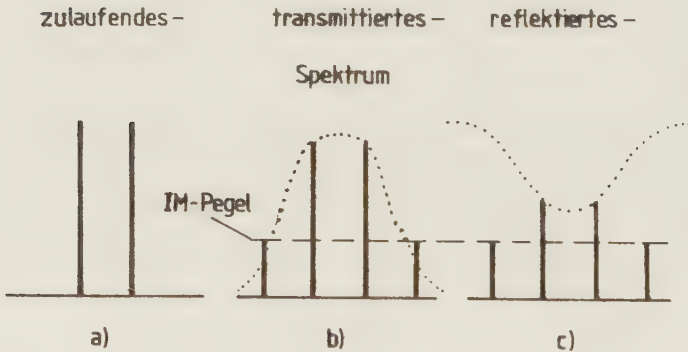


Fig.3.2

Zulaufendes Zweilinienspektrum (a), Transmissions (b)- und (c) Reflexionsspektrum

tude unterschiedliche Spektren, je nachdem ob das reflektierte oder transmittierte Signal gemessen wird. In Reflexion sind die Amplituden der beiden Signale mit den Frequenzen f_1 und f_2 durch die Anpassung entsprechend klein. Die durch das nichtlineare Verhalten des Meßobjekts erzeugten Intermodulationsamplituden sind bei Reflexion und Trans-

Tabelle 1: Untersuchte YIG-Proben

	Chargen- nummer (*)	Probengeometrie		Material	Materialparameter bei 20°C und 90 GHz			Temperatur- behandlung
		Form	Durchmesser		M _S	K ₁	ΔH	
1	G40/1-2	Kugel	0.49mm	reines YIG	1440 A/cm	- 32 A/cm	1.35 A/cm	keine
2	K548/11 -21 603	Kugel	0.48mm	Y _{3-0.4} Ca _{0.4} Fe _{2-0.6} In _{0.6} (Fe _{3-0.2} V _{0.2})O ₁₂	1120 A/cm	- 24 A/cm	2.5 A/cm	ausgelagert 6 h bei 600°C
3	K548/11 -3676	Kugel	0.65mm					24 h geglüht
4	poröse Probe	Kugel	0.61mm	YIG-0.06% Mn	1420 A/cm	- 32 A/cm	19.5 A/cm	keine

Einkristall

Polykristalle

*) Bezeichnung des Philips-Forschungslaboratoriums Hamburg

mission bei gleicher Kopplung beider Schleifen gleich groß. Die Folge ist eine durchaus erwünschte kleinere Dynamik beim reflektierten Spektrum, während diese Möglichkeit der Dynamikverminderung beim transmittierten Spektrum nicht besteht.

Die praktische Ausführung von Fig.3.1. ist in Fig.3.3. wiedergegeben. Die jeweils zu untersuchende Ferritprobe ist auf das Ende eines Glasstabs aufgeklebt, über dem die Probe im statischen Magnetfeld um einen in 5° -Schritten einstellbaren Winkel gedreht werden kann. Dabei werden die einkristallinen Kugeln so auf dem Probenhalter angebracht, daß die Normale ihrer (110)-Ebene in

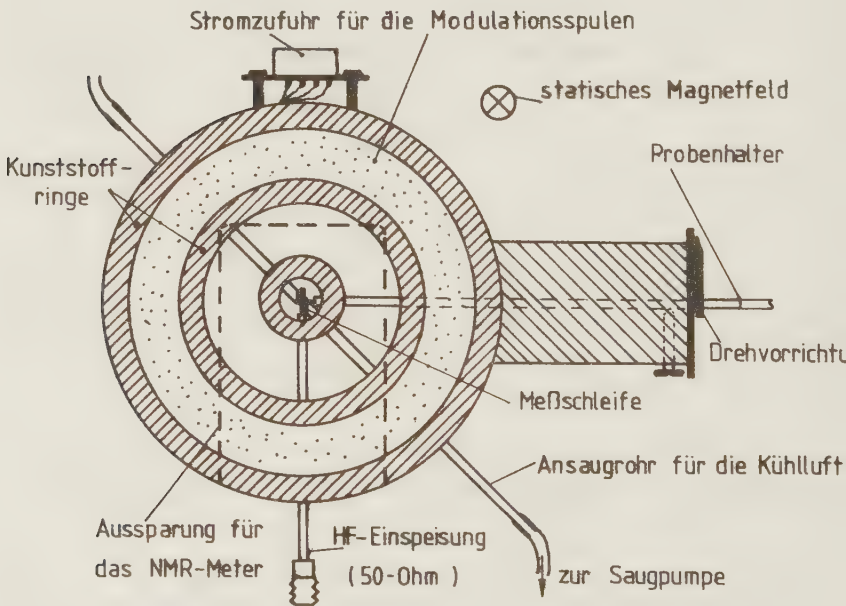


Fig.3.3.

Halierung der zu untersuchenden Ferritproben

Richtung der Achse des Glasstabs liegt. Die Meßprobe wird in einem durch eine Saugpumpe erzeugten Luftstrom gekühlt. Je eine Spule zu beiden Seiten der Probe dient zur schnellen Feldmodulation, wurde jedoch nur bei einigen Vorversuchen benutzt. Die Zuführung der Mikrowellenleistung erfolgte über eine 50Ω-Koaxialleitung, an deren Ende sich die Meßschleife befindet. Auf der Rückseite des Meßaufbaus ist eine Aussparung zur Aufnahme der NMR-Meßsonde eingefräst, um das statische Magnetfeld in unmittelbarer Probennähe bestimmen zu können. Fig. 3.4 zeigt den Einbau der Halterung zwischen den Polen

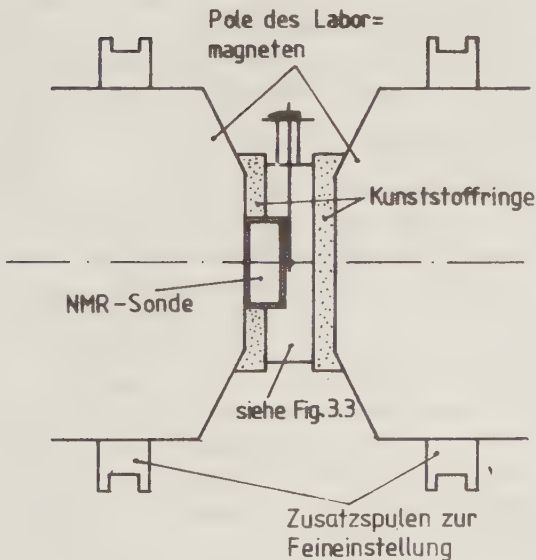


Fig.3.4.

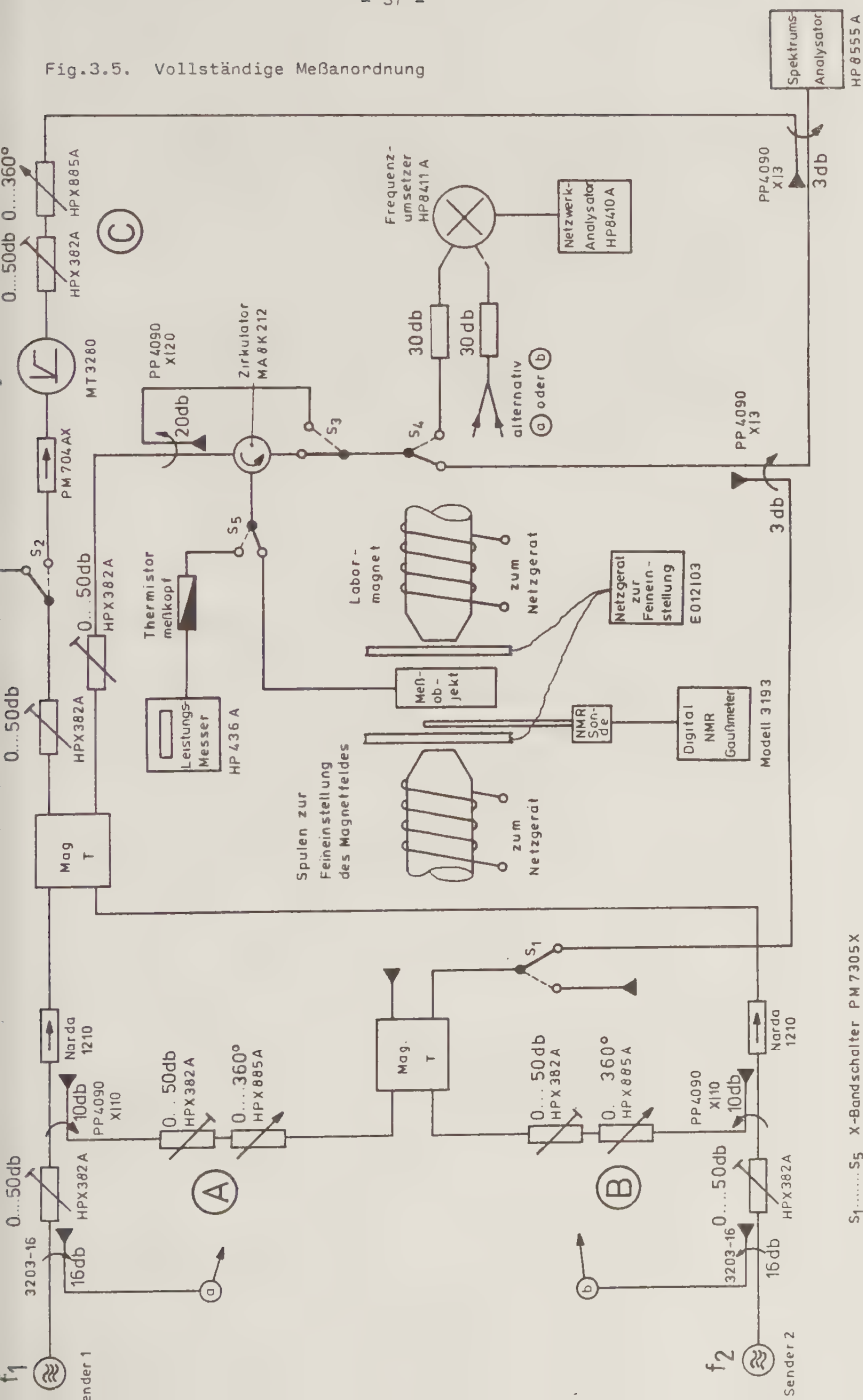
Anordnung der Halterung nach Fig.3.3. zwischen den Polen des Labormagneten

des Labormagneten. Die erforderliche Feldhomogenität für die NMR-Sonde wurde durch optimal ausgelegte Polschuhe [22] erreicht. Da mit dem Netzgerät des Labormagneten das statische Magnetfeld nur in groben Schritten eingestellt werden konnte, wurden zur Einstellung auf den Magnetpolen zusätzliche Spulen angebracht und durch ein hochstabiles Netzgerät gespeist. Mit dieser Feinabstimmung und über die NMR-Sonde konnte das Feld auf ca. 1/20 A/cm reproduzierbar eingestellt werden, was für alle Messungen ausreichte.

An die Meßanordnung (Fig.3.5.) wurden folgende zwei Forderungen gestellt: Um Intermodulationslinien, die 110 dB unter den eingespeisten Signalen liegen, noch verlässlich messen zu können, ist mindestens eine gleich große Dynamik erforderlich. Ferner sollte die Linienbreite des verwendeten Ferritmaterials bestimmt werden können. Zusätzlich ergab sich im Zuge der Messungen ein nach Kenntnis des Autors bisher noch nicht beschriebenes Verfahren, die Phasendifferenzen der Intermodulationssignale in Abhängigkeit von einem äußeren Parameter (z.B. dem Magnetfeld) zu ermitteln.

Das Hauptproblem bestand in der Realisierung der extrem hohen Dynamik von 110 dB zwischen den eingespeisten Signalen und den im Meßobjekt erzeugten Intermodulationssignalen. Mit dem vorhandenen Spektrumanalysator (HP 88855 A) konnten Spektren mit einer maximalen Dynamik von 60 dB vermessen werden; darüberhinaus werden mischereigene Frequenzen erzeugt, die die Messungen stark beeinträchtigen oder unmöglich machen. Das in den Spektrumanalysator einlaufende Signalgemisch ist deshalb auf eine Dynamik von 60 dB zu begrenzen. Dies erfolgt durch zwei Maßnahmen. Wie schon erwähnt, werden durch die Wahl der Reflexionsmeßverfahren im reflektierten Signal die Anteile der Frequenzen f_1 und f_2 gegenüber den eingespeisten Signalen niedriger und zwar um etwa 20 dB. Damit muß bei dem zu messenden Spektrum noch eine Dynamik von 90 dB verarbeitet werden. Zur weiteren Dynamikverminderung um die noch fehlenden 30 dB wurden Amplitudenphasenbrücken (je eine

Fig.3.5. Vollständige Meßanordnung



$S_1 \dots S_5$ X-Bandschalter PM 7305X

für die einlaufenden Signale der Frequenz f_1 und f_2) eingesetzt. Mit diesen Brücken konnten die beiden reflektierten Signale der Frequenzen f_1 und f_2 (s.Fig.3.2.) vor der Messung mit je einem betragsgleichen um 180° in der Phase verschobenen Signal überlagert und damit weitgehendst ausgelöscht werden. Auf einen regelungstechnisch aufwendigen automatischen Abgleich der Brücken wurde verzichtet, so daß deren Abgleich manuell erfolgen mußte. Dieses Verfahren war zwar etwas arbeitsintensiv, brachte jedoch die gewünschte Meßempfindlichkeit. Gleichzeitig erhält man auf diese Weise mit hoher Genauigkeit Amplitude und Phase der Signale mit der Frequenz f_1 und f_2 . Die Amplituden - und Phasenmessung der Intermodulationssignale erfolgte über eine weitere Brücke nach dem Schalter S_2 . Über diesen können die beiden Signale der Frequenz f_1 und f_2 auf den Begrenzer gegeben werden, dessen nichtlineare Kennlinie ein bekanntes Intermodulationsspektrum erzeugt. Diesem Spektrum wird nun über die bezeichnete Amplituden - Phasen - Brücke des Meßspektrum überlagert. Damit kann jede seiner Intermodulationslinien durch gegenphasige Überlagerung und Amplitudenabgleich zum Verschwinden gebracht und so nach Betrag und Phase gemessen werden. Leistung-, Amplituden - und Phasenmessung mit nur einem Signal werden nach den üblichen Standardverfahren [23,24] durchgeführt.

4. Diskussion der Meßergebnisse an kugelförmigen Ferritproben

Um die Meßergebnisse mit der Theorie vergleichen zu können, ist es sinnvoll, die Messungen an Einkristallen durchzuführen. Um bei magnetischen Materialien Formeinflüsse weitgehend zu vermeiden, werden bei der Untersuchung von Mikrowelleneigenschaften meist kleine Kugeln benutzt. Diese finden zudem auch in einigen Bauelementen Verwendung. Bei den hier durchgeführten Messungen wird daher von kugelförmigen, einkristallinen Ferritproben ausgegangen, umanschließend auch polykristalline Materialien zu untersuchen.

4.1. Einkristalline Materialien

Für die Messungen an einkristallinen Ferritkugeln standen u.a. die in Tabelle 1 (Abschnitt 3) aufgeführten Proben aus reinem mit verschiedenen seltenen Erden dotierten YIG zur Verfügung. Die in dieser Arbeit mitgeteilten Ergebnisse beziehen sich auf ein und dieselbe Probe, deren röntgenographische Orientierung am besten gelungen war. Für das hier zu untersuchende nichtlineare Verhalten ist die Kristallanisotropie verantwortlich. Ihre Konstante erster Ordnung *) wird aus Resonanzmessungen im linearen Bereich bestimmt. Dazu werden die in Abschnitt 2 angegebenen Beziehungen benutzt. Für die (110)-Ebene ist der Wert der Resonanzfrequenz unter dem Einfluß der Kristallanisotropie durch Gl.(17) bestimmt. Ihre Abhängigkeit vom Winkel θ_M des Magnetisierungsvektors ($\approx \theta_H$ des statischen Magnetfeldes s.S.10) gegen die [100]-Richtung ist in Fig.4.1. dargestellt. Durch Messung der Winkelabhängigkeit der Resonanzfrequenz oder der Resonanzfeldstärke bei konstanter Meßfrequenz kann daher die Anisotropiekonstante K_1 bestimmt werden. Eine Auswertemöglichkeit ergibt sich über die Beziehung

$$|K_1| = \frac{|H_{\max} - H_{\min}|}{3.33} M_s ,$$

*) Höhere Konstanten der Kristallanisotropie haben bei YIG praktisch keinen Einfluß auf die Resonanzfrequenz

die man aus Gl.(17) gewinnt, wobei $H_{\max}$ und $H_{\min}$ die maximale und die minimale Resonanzfeldstärke sind. Um den Einfluß von Meßfehlern zu minimieren, wurde indessen zur genaueren Bestimmung von K_1 der gemessene Verlauf dem gerechneten nach einem Standard-

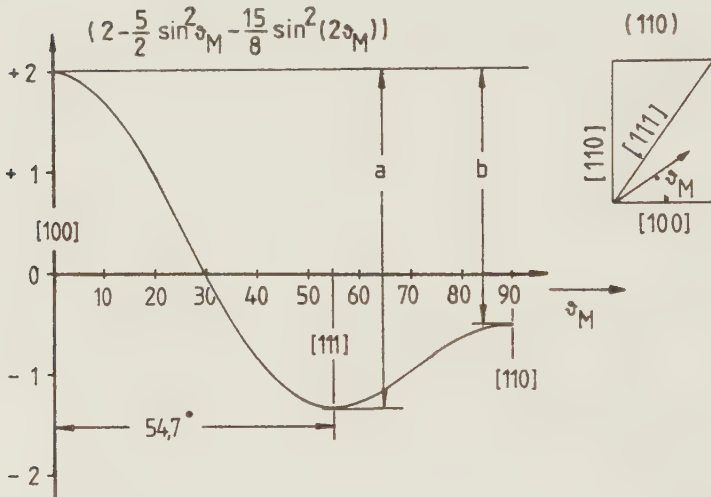


Fig.4.1.

Winkelabhängigkeit der Resonanzfrequenz in der (110)-Ebene des kubischen Kristalls

verfahren angepaßt (Fig.4.2).

Die Liniënbreite ΔH wurde nach einem Standardverfahren [23] bestimmt. Sie ist in Fig.4.3. für eine von drei vermessenen Einkristallkugeln in Abhängigkeit von der Richtung des statischen Magnetfeldes im Kristall dargestellt und zeigt innerhalb der

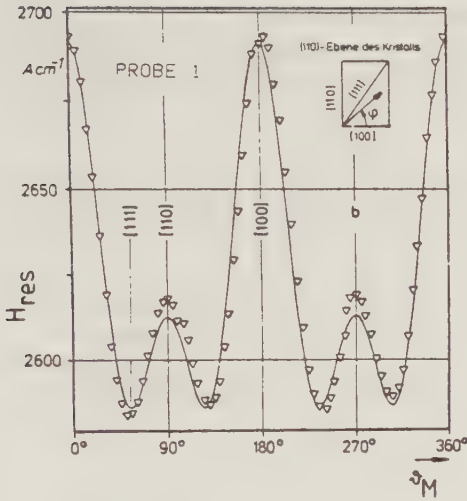


Fig.4.2.

Resonanzfeldstärke in Abhängigkeit vom Winkel zwischen Magnetisierungsvektor und [100]-Richtung, Meßwerte (∇) und angepaßte gerechnete Kurve (—)

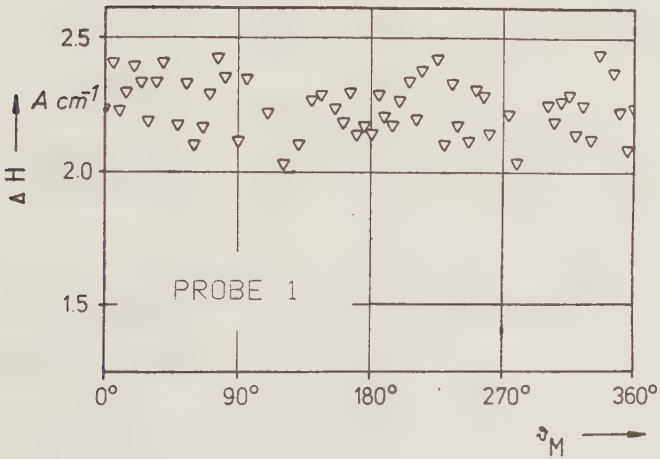


Fig.4.3.

Linienbreite als Funktion des Winkels zwischen Magnetisierungsvektor und [100]-Richtung

Meßgenauigkeit im Gegensatz zu Ausführungen in [5] keinen orientierungsabhängigen Verlauf. Damit kann bei der Berechnung der Intermodulationsleistung stets eine konstante Linienbreite zugrunde gelegt werden.

Zur experimentellen Bestimmung der in der Probe erzeugten Intermodulationsleistung werden die beiden eingespeisten Signale bei allen Messungen symmetrisch zum Absorptionsmaximum der FMR eingestellt. Bei jeder Veränderung eines Parameters wurde erneut symmetriert. Dies führte zu recht langen Meßzeiten, die zusammen mit dem Abgleich der beiden Amplituden-Phasen-Brücken sowie der Einstellung des MNR-Meßgerätes bei 3 bis 4 Minuten pro Messung lagen. Im allgemeinen ergaben sich dabei keine Probleme mit der Konstanz der Apparatur, was sich in einer guten Reproduzierbarkeit der Messung äußert. Unsymmetrische Einstellungen sind hingegen praktisch nicht reproduzierbar, weil sich dann die Signale auf der Flanke der Resonanzlinie befinden und damit sehr viel unsicherer einstellbar sind.

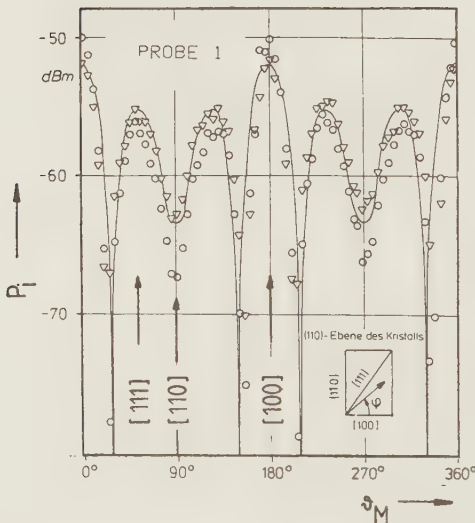


Fig.4.4.

Intermodulationsleistungen als Funktion des Winkels zwischen Magnetisierungsvektor und [100]-Richtung

$$f_1 = 9028,892 \text{ MHz}$$

$$f_2 = f_1 + 1 \text{ MHz}$$

eingespeiste Leistungen $P_i = -5 \text{ dBm}$

— gerechneter Verlauf

Δ : Meßwerte für $f = f_1 - 1 \text{ MHz}$

o: Meßwerte für $f = f_1 + 2 \text{ MHz}$

Die Intermodulationsleistungen für die einkristalline Ferritkugel in Abhängigkeit von der Orientierung des Kristalls zum statischen Magnetfeld sind in Fig. 4.4 dargestellt. Zur Übereinstimmung der theoretischen Kurven mit den experimentellen Werten kann festgestellt werden, daß der Verlauf gut übereinstimmt. Qualitativ ergaben sich indessen Abweichungen bis zu 6 dB.

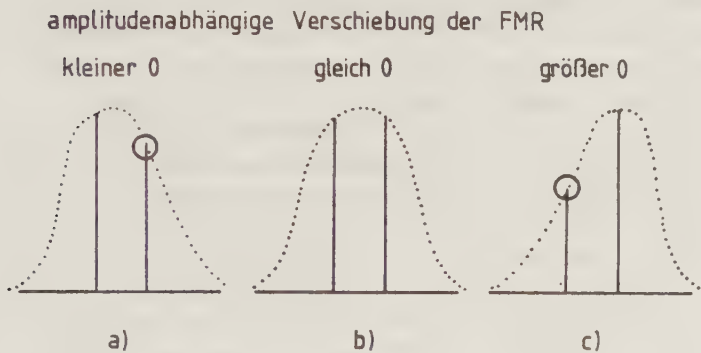


Fig.4.5.

Auswirkung der Resonanzfeldverschiebung auf die rechte und linke Linie des eingespeisten Signals

Dies ist nicht verwunderlich, wenn man bedenkt, daß die Ablesegenauigkeit des Spektrumanalysator etwa $\pm 2,5$ dB beträgt, und die Leistungsbestimmung an der Schleife mit etwa demgleichen Fehler behaftet ist.

Aus der Bewegungsgleichung des Magnetisierungsvektors ergibt sich bei Mitnahme der nichtlinearen Terme in Wechselfeld und Wechselmagnetisierung, aber Nichtberücksichtigung der Kristallanisotropie, für die der Fig.4.4. zugrunde liegenden Daten eine kon-

stante Intermodulationsleistung von -97 dBm, also ein um fast vier Größenordnungen kleinerer Wert als tatsächlich beobachtet. Daraus folgt, daß die Kristallanisotropie nicht vernachlässigt werden darf, wenn das nichtlineare Verhalten richtig beschrieben werden soll.

Aus Fig.4.4. kann man ferner ersehen, daß für beide Intermodulationslinien unterschiedliche Leistungen gemessen werden. Dies erstaunt zunächst, da die Leistungen der eingespeisten Signale gleich groß sind und deren Frequenzen immer symmetrisch zur FMR liegen. Außerdem zeigt sich, daß der Leistungsunterschied der beiden Intermodulationslinien von der Richtung des statischen Magnetfeldes im Kristall abhängt. Diese Effekte können auf folgende Weise verstanden werden: Infolge der durch das nichtlineare Verhalten zustandekommenden, leistungsabhängigen Verformung der FMR-Absorptionskurve haben die beiden eingespeisten Signale in der Ferritprobe unterschiedliche Amplituden (s. Fig.4.5.). Dies wirkt sich auch auf die erzeugten Intermodulationslinien aus. Von der Richtung der Resonanzfeldverschiebung (Gl.(27)) hängt es ab, welche der beiden Intermodulationslinien mit der höheren Leistung auftritt. Diese Unsymmetrie ist bei den Rechenergebnissen naturgemäß nicht vorhanden, weil im hier zugrundeliegenden mathematischen Modell von gleichen Amplituden der Grundsignale ausgegangen wird.

4.2. Polykristalline Materialien

Die theoretische Abschätzung der Materialeigenschaften, wie z.B. der Linienbreite gestaltet sich in polykristallinen Ferriten schon im linearen Bereich außerordentlich schwierig und differiert meist im Vergleich mit den Meßwerten. Die theoretische Behandlung nichtlinearer Vorgänge in polykristallinen Ferriten ist ungleich schwieriger, so daß auf den Versuch einer theore-

tischen Abschätzung der Intermodulationsphänomene verzichtet wurde. Es ist aber möglich, aus Messungen an polykristallinen Ferritkugeln einige qualitative Aussagen über das nichtlineare Verhalten des Materials zu machen.

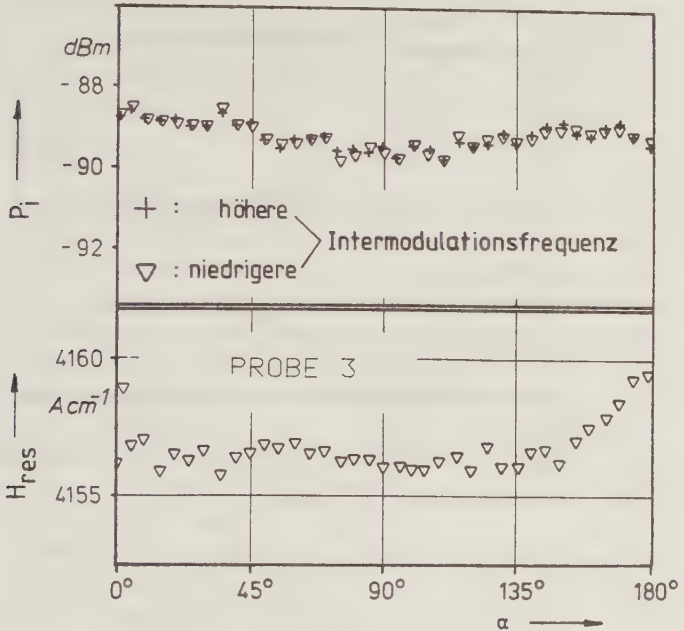


Fig.4.6.

Intermodulationsleistung und Resonanzfeldstärke in einer polykristallinen Probe als Funktion des Drehwinkels gegen die Richtung des statischen Magnetfeldes

Bei idealpolykristallinen Ferritkugeln ist das physikalische Verhalten für alle Richtungen des statischen Magnetfeldes gleich. In solchen Kugeln sollten demnach die Intermodulationsleistungen nicht von der Richtung des statischen Magnetfeldes in der Probe

abhängen. Dies wurde an Proben verschiedener Korngrößen überprüft. Dazu wurden die Ferritkugeln zunächst 24 Stunden bei 1200°C in einem Al_2O_3 -Tiegel ausgeglüht, um einen von ihrer unbekannten Vorgeschichte unabhängigen definierten Ausgangszustand zu erhalten, und so dann auf Raumtemperatur abgekühlt zu ver-

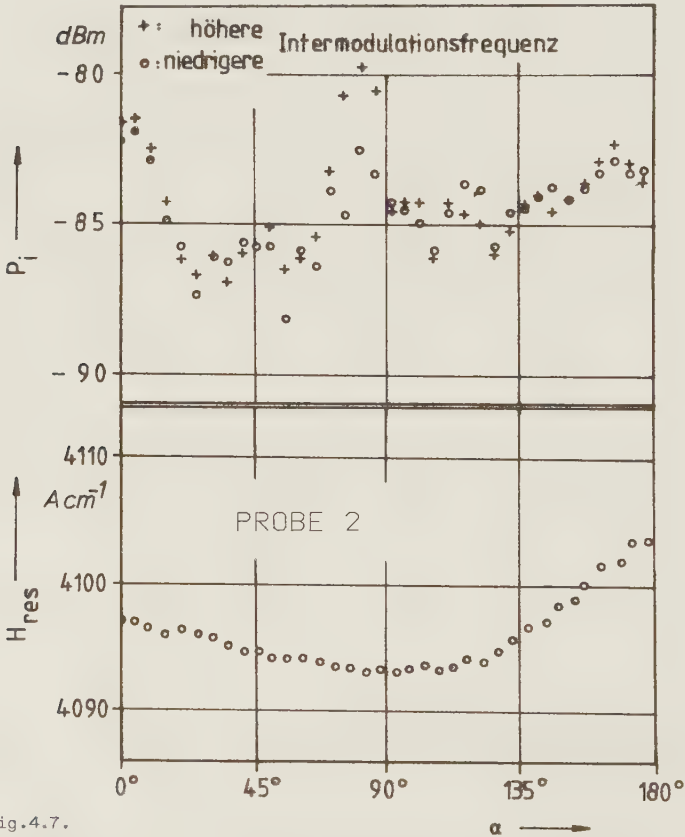


Fig.4.7.

Intermodulationsleistung und Resonanzfeldstärke in einer getemperten polykristallinen Probe als Funktion des Drehwinkels gegen die Richtung des statischen Magnetfeldes

messen.

Die dabei erhaltenen Kurven für die Leistung der oberen und unteren Intermodulationslinie in Abhängigkeit von der Richtung des statischen Magnetfeldes zeigen jeweils etwa den gleichen Verlauf und sind wiederum für eine Probe in Fig.4.6. dargestellt. Der Verlauf von Intermodulationsleistung und Resonanzfeldstärke bestätigt die Erwartung, daß bei idealen Polykristallen beide Größen unabhängig von der Richtung des statischen Magnetfeldes sind. Die Linienbreite beträgt bei der dargestellten Probe $3,7 \text{ A/cm} \pm 10\%$ und zeigte ebenfalls keinen orientierungsabhängigen Verlauf.

Zu einem zweiten Versuch werden die Proben nach der Abkühlung auf Raumtemperatur erneut für einige Stunden einer Temperatur von ca. 600°C ausgesetzt. Dadurch erreicht man ein grobkörnigeres Gefüge (Rekristallisation [25]). Die an dieser Probe gemessenen Kurven sind in Fig.4.7. dargestellt. Abweichungen vom idealen polykristallinen Verhalten sind deutlich sichtbar. Die Linienbreite auch hier wieder von der Magnetfeldrichtung unabhängig, beträgt für das Beispiel in Fig.4.7. $3,5 \text{ A/cm} \pm 10\%$. Beim Vergleich von Fig.4.7. und Fig.4.6. ist zumindest die Variation der Resonanzfeldstärke mit dem Drehwinkel ausgeprägter, was auf größere einkristalline Bereiche in der getemperten Probe hindeutet. Der Verlauf der Intermodulationsleistung über dem Drehwinkel zeigt in Fig.4.7. Winkelbereiche, in denen eine der beiden Intermodulationslinien leistungsstärker ist als die andere (Fig.4.8.), was durch eine gewisse Textur im polykristallinen Aufbau der Probe erklärt werden kann. Ist nämlich die Leistung der Intermodulationsfrequenz stärker, so liegen nach Fig.4.4. vorzugsweise $[100]$ -Richtungen der Kristallite parallel zum statischen Magnetfeld. Überwiegt die Intermodulationsleistung mit der niedrigeren Intermodulationsfrequenz, so deutet dies auf eine gewisse Ausrichtung der Kristallite entlang der $[110]$ - oder der $[111]$ -Richtung hin, die hier bei $\alpha = 108^{\circ}$ liegt. Durch Messung des nichtlinearen Verhaltens der Intermodulationsleistungen

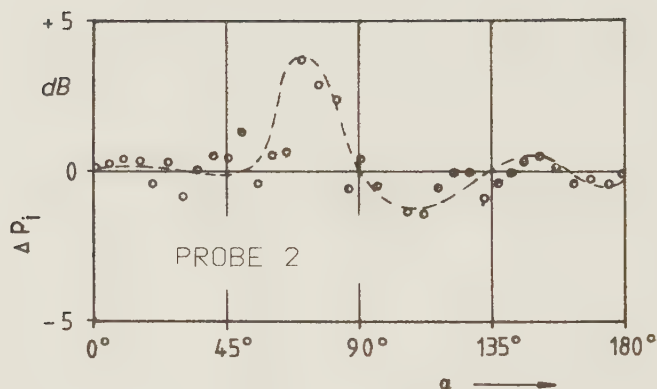


Fig.4.8.

Leistungsdifferenz der beiden Intermodulationssignale aus Fig.4.7. als Funktion des Drehwinkels gegen die Richtung des statischen Magnetfeldes

kann man also gewisse Aussagen über die Textur der Probe machen.

Vergleicht man die an polykristallinen Ferriten gemessenen Mittelwerte der Intermodulationsleistung mit einem berechneten Wert, der sich aus den Messungen an einkristallinen Proben durch Mittelung über alle Richtungen des statischen Magnetfeldes ergibt, so sind die experimentellen Werte stets bedeutend höher, wofür die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Kristalliten verantwortlich sein mag.

In Fig.4.9. ist der nach dem in Abschnitt 3 beschriebenen Verfahren gemessene Verlauf der Intermodulationsleistungen und Intermodulationsphasen in Abhängigkeit vom statischen Magnetfeld in der Umgebung der ferromagnetischen Resonanz dargestellt. Auch die Intermodulationslinien zeigen den für die Resonanz typischen Dispersions- und Absorptionsverlauf.

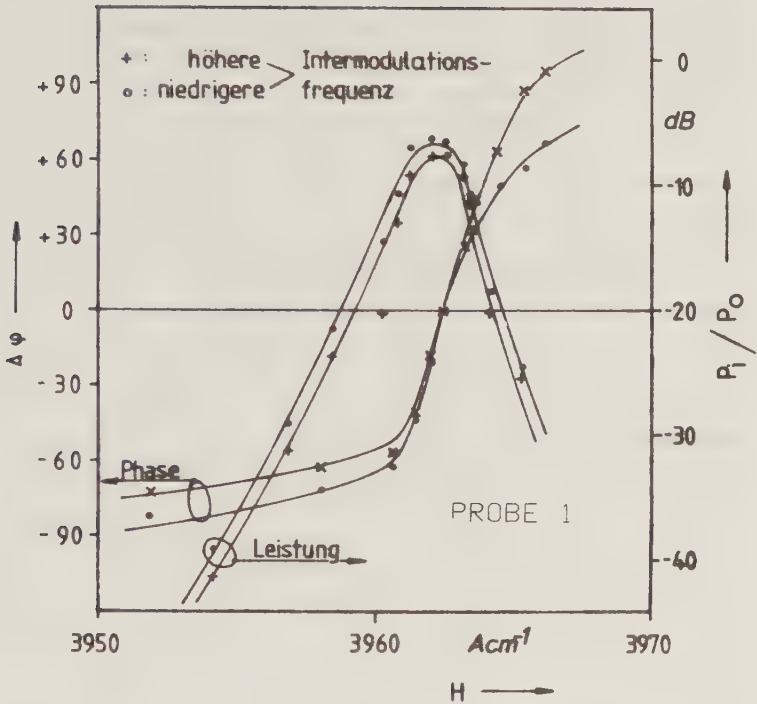


Fig.4.9.

Relative Leistungen und Phasen der beiden Intermodulations-signale oberhalb und unterhalb der ferromagnetischen Resonanz in der Umgebung der Resonanz

4.3. Einfluß der Porosität

Von den zur Verfügung stehenden Proben hatte nur eine eine Porosität von ca. 5% (Tab.1, Nr.4), bei allen anderen wird nahezu die theoretische Dichte des Materials erreicht. Diese poröse Probe wurde aus sehr grobkörnig polykristallinem Ferritmaterial hergestellt, die Kugel einem dreiwöchigen Polierprozess unterzogen, so daß sie optische Oberflächenqualität hatte [17]. Röntgenbeugungsaufnahmen zeigten, daß die Kugel aus Kristalliten bestand. Zur Messung wurde diese Probe in willkürlicher Lage auf dem Probenhalter angebracht und wieder im statischen Magnetfeld gedreht. Der Verlauf der Intermodulationsleistung und der Resonanzfeldstärke mit dem Drehwinkel sind in Fig.4.10. dargestellt. Wegen der aus nur wenigen Kristalliten bestehenden Probe sind in der Kurve für die Resonanzfeldstärke deutlich ausgeprägte Maxima zu erkennen. Dagegen zeigt der Verlauf der Intermodulationsleistung mit dem Drehwinkel gegenüber der Messung am Einkristall (Fig.4.4.) geringere Schwankungen. Ferner sind hier die Leistungen der beiden Intermodulationssignale praktisch gleich - in der Figur ist deshalb nur eine eingezeichnet. Schließlich ist die Intermodulationsleistung mit etwa -82 dBm höher als beim "ideal"polykristallinen Material von Fig.4.6. Inwieweit diese Beobachtung durch die Wechselwirkung der unterschiedlich orientierten Kristallite oder durch die Poren und die durch sie entstehenden Streufelder erklärt werden können, bedürfte weitergehender Untersuchungen an Proben unterschiedlicher Porosität.

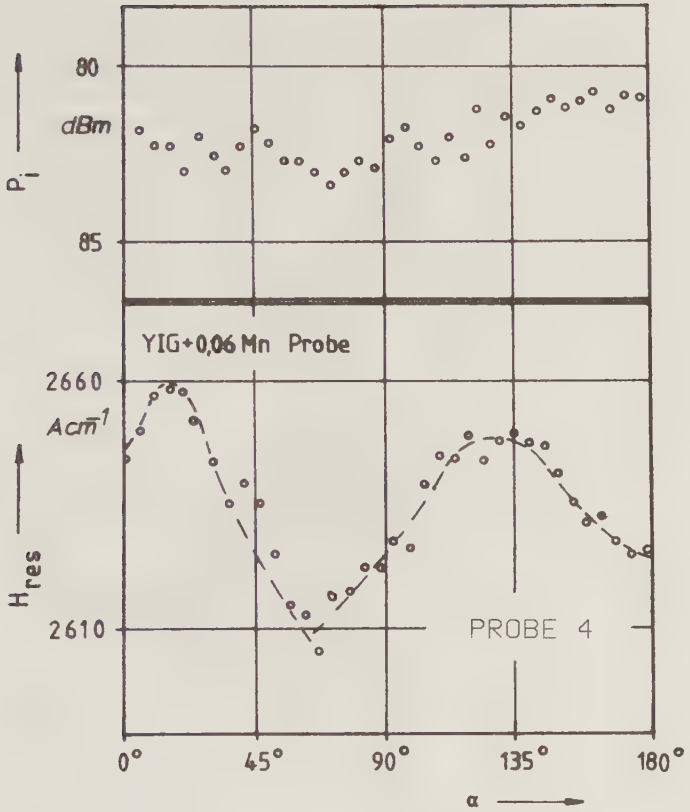


Fig.4.10.

Intermodulationsleistung und Resonanzfeldstärke für eine poröse Probe als Funktion des Drehwinkels

4.4. Thermische Einflüsse

Die Temperaturabhängigkeit der Materialdaten ist ohne Einfluß auf die Messungen, wenn die in der Probe absorbierte Leistung klein ist. Die hier verwendeten Signalleistungen konnten jedoch die Probentemperatur durchaus verändern. In Fig.4.11. ist die bei einer festen Signalfrequenz $f = 9$ GHz gemessene Resonanzfeldverschiebung in Abhängigkeit von der benutzten Signalleistung dargestellt, und zwar einmal ohne Kühlung der Probe, zum anderen, wenn die Probe im Luftstrom gekühlt wird. Die Änderung der Resonanzfeldstärke ist bei Kühlung wesentlich geringer. Alle Proben wurden deshalb im kühlenden Luftstrom vermessen.

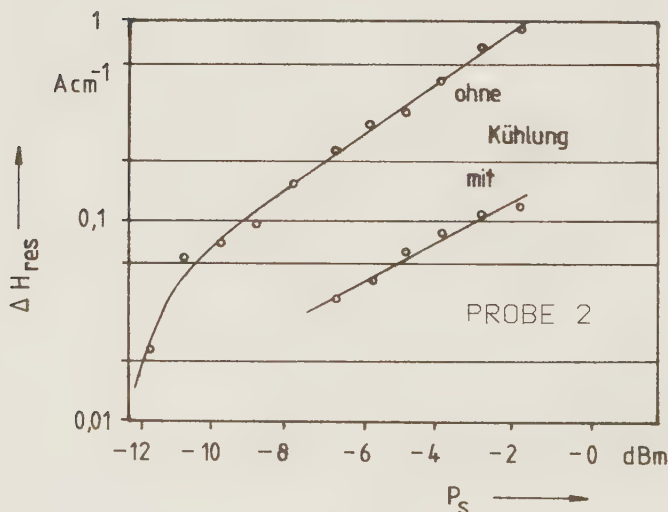


Fig.4.11.

Resonanzfeldverschiebung in Abhängigkeit von der Signalleistung ohne und mit Kühlung der Probe.

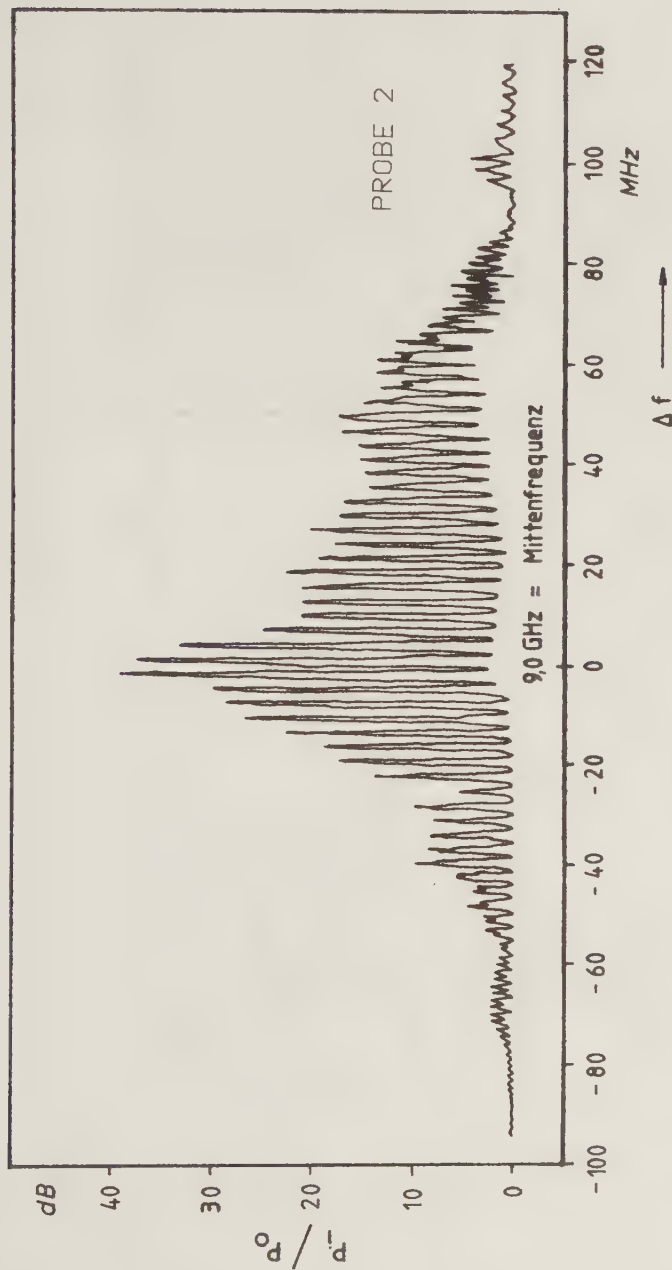


Fig. 4.12.

Typisches Intermodulationsspektrum bei Signalleistungen, die oberhalb der Einsatzschwelle für Instabilitäten liegen

4.5. Auswirkungen hoher HF-Leistungen

Alle bisherigen Messungen wurden in einem Leistungsbereich durchgeführt, der unterhalb aller Einsatzschwellen von Instabilitätsphänomenen, wie Spinwelleninstabilität, Fold-Over-Instabilität usw. lag. Dabei wurden ausschließlich Intermodulationslinien erster Ordnung gemessen. Linien höherer Ordnung waren nur in wenigen Fällen beobachtbar. Überschreitet man jedoch die Schwellleistung, so ergeben sich Intermodulationsspektren, die von den

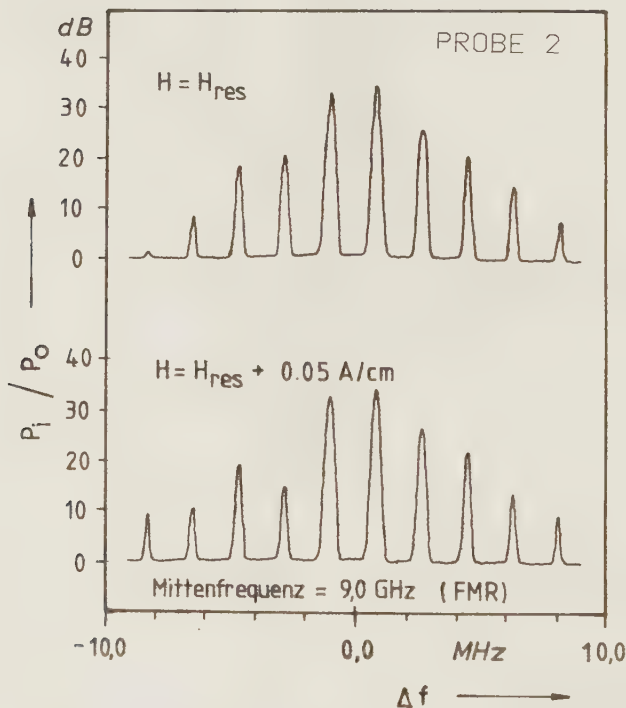


Fig.4.13.

Intermodulationsspektrum bei hohen Signalleistungen und einer geringfügigen Änderung des statischen Magnetfeldes

bisher beobachteten völlig verschieden sind und oft aus mehr als 30 Linien bestehen (Fig.4.12.). Dieses Spektrum ist einem Spektrum sehr ähnlich, das man erhält, wenn zwei benachbarte Signale einen Leistungsbegrenzer durchlaufen.

Die Gestalt der Spektren oberhalb der Einsatzschwelle hängt sehr vom Wert des statischen Magnetfeldes ab, was in Fig.4.13. deutlich zum Ausdruck kommt. Im oberen Teil der Figur ist ein Spektrum wiedergegeben, das durch geeignete Wahl des statischen Magnetfeldes symmetrisch zur Mittenfrequenz ist. Schon eine minimale Veränderung des statischen Magnetfeldes führt zu einer beträchtlichen Änderung im niederfrequenten Teil des Spektrums (s. unterer Teil von Fig.4.13.).

5. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde das nichtlineare Verhalten in magnetisierten Ferriten gegenüber kleinen Mikrowellensignalen theoretisch und experimentell untersucht. Unterhalb der durch Spinwelleninstabilität bedingten Nichtlinearitäten wird das Verhalten von Ferriten modellmäßig durch die linearisierte Bewegungsgleichung des Magnetisierungsvektors beschrieben. In der vorliegenden Arbeit wurde die nichtlineare Bewegungsgleichung auf kanonische Variable transformiert und dann die Verschiebung der Eigenfrequenz als Funktion der Schwingungsamplitude berechnet, wobei der Einfluß von Kristall- und Formanisotropie berücksichtigt wurde. Es zeigt sich, daß gerade die Kristallanisotropie wesentlichen Einfluß auf das nichtlineare Verhalten bei kleinen Mikrowellenleistungen hat.

Da der Effekt allerdings so schwach erwartet wird, daß er sich in den üblichen Messungen der Komponenten des Permeabilitätstensors nicht niederschlagen kann, mußte ein subtileres Meßverfahren entwickelt werden. Die erforderliche Empfindlichkeitssteigerung konnte durch die Verwendung von zwei in der Frequenz eng benachbarten Signalen erreicht werden, indem die infolge der Nichtlinearität auftretenden Intermodulationsfrequenzen gemessen werden. Auf diese Weise gelang es, die mehr als 90 dB unter dem Pegel der beiden anregenden Signale liegenden, den Intermodulationslinien noch sicher nachzuweisen. Auch die relativen Phasen der Intermodulationssignale konnten gemessen werden.

Der aus der Rechnung sich ergebende Einfluß der Kristallanisotropie wurde an einer einkristallinen, röntgenographisch orientierten Yttrium-Granat-Kugel in der Umgebung der ferromagnetischen Resonanz experimentell bestätigt. Die erzielten Ergebnisse haben praktische Bedeutung für Ferritbauelemente im Mikrowellenbereich, bei denen ein hohes Maß an Linearität gefordert wird. Dies kann z.B. bei durchstimmbaren Filtern durch geeignete Orientierung der einkristallinen Ferritkugel erreicht werden.

6. Anhang

6.1. Nachweis, daß P und Q in Gl.(4) kanonische Variablen sind

Das dynamische Verhalten eines Systems läßt sich allgemein durch seine Lagrangefunktion beschreiben [13]. Das mechanische Äquivalent zur Bewegung des Magnetisierungsvektors in einem Magnetfeld ist ein symmetrischer Kreisel, bei dem nur ein Trägheitsmoment von Null verschieden ist [12], und von dem sich die Lagrangefunktion

$$L = \frac{\mu_o M}{\gamma} \dot{\phi} \cos \theta - V(\phi, \theta) \quad (A1)$$

ableitet, wobei der Winkel θ die Neigung von $\vec{M}$ gegen die z-Achse angibt, ϕ der Winkel zwischen der Projektion von $\vec{M}$ auf die x, y-Ebene und der x-Achse ist, $\dot{\phi}$ die zeitliche Ableitung $d\phi/dt$ bedeutet und $V(\phi, \theta)$ die potentielle Energie des Magnetisierungsvektors darstellt. Zu einer physikalisch gleichwertigen Lagrangefunktion gelangt man, wenn in (A1) die totale Ableitung einer beliebigen Funktion von ϕ und θ hinzugefügt wird [13]. Von dieser Möglichkeit wird Gebrauch gemacht und statt (A1)

$$L = \frac{\mu_o M}{\gamma} \dot{\phi} (\cos \theta - 1) - V(\phi, \theta) \quad (A2)$$

geschrieben. Bei Einführung der Richtungskosinus α_{xM} , α_{yM} , α_{zM} des Ruhelagesystems (s. Gl.(3)) geht Gl.(A2) mit

$$\dot{\phi} = \frac{\alpha_{xM} \dot{\alpha}_{yM} - \alpha_{yM} \dot{\alpha}_{xM}}{1 - \alpha_{zM}^2} \quad \text{und} \quad \cos \theta = \alpha_{zM}$$

über in

$$L = \frac{-\mu_o M}{\gamma} \frac{\alpha_{xM} \dot{\alpha}_{yM} - \alpha_{yM} \dot{\alpha}_{xM}}{1 - \alpha_{zM}^2} - V(\alpha_{xM}, \alpha_{yM}, \alpha_{zM}) \quad (A3)$$

Schießlich werden die Richtungskosinus und ihre Ableitungen über die Gl.(4) durch die Variablen P und Q ersetzt:

$$L = \frac{\mu_o M}{\gamma} \frac{1}{2} (\dot{Q}^2 - P^2) - V(P, Q) \quad (A4)$$

Das Bewegungsverhalten des Magnetisierungsvektors in den Koordinaten P und Q folgt aus den Lagrangeschen Bewegungsgleichungen

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial P} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{P}} \right) - \frac{\partial L}{\partial Q} = 0 \quad (A5, 6)$$

die mit Gl.(A4) auf

$$\dot{P} = \frac{\partial H(P, Q)}{\partial Q}, \quad \dot{Q} = - \frac{\partial H(P, Q)}{\partial P} \quad (A7)$$

führen. Dabei ist $H = \frac{\gamma}{\mu_o M} \cdot V$ die durch Gl.(1) eingeführte potentielle Energie in Frequenzeinheiten. Die Gl. (A7) bilden ein Hamiltonsches Differentialgleichungssystem mit der Hamiltonfunktion H (P, Q) und den kanonischen Variablen P und Q.

6.2. Darstellung der verschiedenen Energieanteile der Hamiltonfunktion im Ruhelagesystem

6.2.1. Gleichfeldenergie

Da die Richtung des statischen Magnetfeldes zweckmäßig stets in körperfesten Koordinaten angegeben wird, werden für $\vec{H}$ die gestrichenen Richtungskosinus beibehalten. Die Richtung des Magnetisierungsvektors muß hingegen in den Koordinaten des Ruhelagesystems beschrieben werden. Daher werden die Richtungskosinus α'_{xM} , α'_{yM} , α'_{zM} in Gl.(2a) über Gl.(3) ersetzt

$$\begin{aligned}\tilde{H}_H = & -\omega_H [\alpha'_{xH} (\alpha_{xM} \cos\theta \cos\phi - \alpha_{yM} \sin\phi + \alpha_{zM} \sin\theta \cos\phi) \\ & + \alpha'_{yH} (\alpha_{xM} \cos\theta \sin\phi + \alpha_{yM} \cos\phi + \alpha_{zM} \sin\theta \sin\phi) \\ & + \alpha'_{zH} (-\alpha_{xM} \sin\theta + \alpha_{zM} \cos\theta)]\end{aligned}$$

Ordnet man diesen Ausdruck nach den Richtungskosinus des Ruhelagesystems, so hat er die Form

$$\tilde{H}_H = -\omega_H [\alpha_{xM} A + \alpha_{yM} B + \alpha_{zM} C] \quad , \quad (A8)$$

wobei

$$A = \alpha'_{xH} \cos\theta \cos\phi + \alpha'_{yH} \cos\theta \sin\phi - \alpha'_{zH} \sin\theta \quad ,$$

$$B = \alpha'_{xH} \sin\phi + \alpha'_{yH} \cos\phi \quad , \quad (A9)$$

$$C = \alpha'_{xH} \sin\theta \cos\phi + \alpha'_{yH} \sin\theta \sin\phi + \alpha'_{zH} \cos\theta$$

sind. Durch Anwenden der Transformation (4) läßt sich $\tilde{H}_H$ in den Variablen P und Q ausdrücken. Durch Entwickeln der beiden Wurzel-
ausdrücke in Gl.(4) nach Potenzen von P und Q erhält man:

$$\begin{aligned}\alpha_{xM} &= P - \frac{1}{8} P^3 - \frac{1}{8} PQ^2 + \dots \quad , \\ \alpha_{yM} &= Q - \frac{1}{8} Q^3 - \frac{1}{8} QP^2 + \dots \quad , \\ \alpha_{zM} &= 1 - \frac{1}{2} P^2 - \frac{1}{2} Q^2 \quad .\end{aligned} \quad (A10)$$

Wenn in der Ruhelage $\vec{M}$ parallel zu $\vec{H}$ ist oder dies in guter Näherung angenommen werden kann, vereinfacht sich die Gl.(A8) wesentlich. Dann sind wegen $\alpha_{xH} = \alpha_{yH} = 0$ und $\alpha_{zH} = 1$ die Richtungskosinus von $\vec{H}$ in körperfesten Koordinaten nach Gl.(3)

$$\alpha_{xH} = \sin\theta_H \cos\phi_H ,$$

$$\alpha_{yH} = \sin\theta_H \sin\phi_H ,$$

$$\alpha_{zH} = \cos\theta_H .$$

Damit werden in Gl.(A9)

$$A = B = 0 , \quad C = 1 \quad (A11)$$

so daß man schließlich

$$\tilde{H}_H = - \omega_H \alpha_{zH} = - \omega_H \left[1 + \frac{1}{2} (P^2 + Q^2) \right] \quad (A12)$$

erhält.

Der hier angewandte Formalismus gewinnt etwas an Anschaulichkeit, wenn man sich klar macht, daß Gl.(A12) die Energiefunktion des harmonischen Oszillators ist. Mit Gl.(A7) ergeben sich nämlich die Bewegungsgleichungen

$$\dot{Q} = - P \omega_H , \quad \dot{P} = Q \omega_H$$

oder

$$\dot{P} + \omega_H P = 0 , \quad \dot{Q} + \omega_H Q = 0 .$$

Da andererseits Gl.(A12) auch die Energiefunktion des Magnetisierungsvektors $\vec{M}$ im Gleichfeld $\vec{H}$ ist, kann der Vorgang der freien Präzession durch die Hamiltonfunktion des harmonischen Oszillators beschrieben werden. Da die Amplituden von P und Q gleich groß sind, erfolgt die freie Präzession nach Gl.(2a) stets zirkular. Die in Gl.(A12) eingeführte Größe $\omega_H = \gamma H$ ist die Eigenfrequenz der Spinpräzession unter dem Einfluß des statischen Magnetfeldes.

6.2.2. Kristallenergie

In kubischen Ferriten wird die Anisotropieenergie durch Gl.(2b) beschrieben. Da dieser Ausdruck in körperfesten Koordinaten angegeben ist und als Funktion der Variablen P und Q dargestellt werden soll, muß er zunächst mittels Gl.(3) auf Ruhelagekoordinaten transformiert werden. In diesen hat die Kristallenergie $\tilde{H}_K$ die Form

$$\begin{aligned} \tilde{H}_K = \omega_K [& D \alpha_{zM}^4 + E_1 \alpha_{zM}^3 \alpha_{xM} + E_2 \alpha_{zM}^2 \alpha_{yM}^3 + F_1 \alpha_{zM}^2 \alpha_{xM}^2 + F_2 \alpha_{zM}^2 \alpha_{yM}^2 \\ & + F_3 \alpha_{zM}^2 \alpha_{xM} \alpha_{yM} + G_1 \alpha_{zM}^3 \alpha_{xM} + G_2 \alpha_{zM}^3 \alpha_{yM} + G_3 \alpha_{zM}^3 \alpha_{xM} \alpha_{yM}^2 \\ & + G_4 \alpha_{zM}^3 \alpha_{xM} \alpha_{yM}^2 + H_1 \alpha_{xM}^4 + H_2 \alpha_{yM}^4 + H_3 \alpha_{xM}^3 \alpha_{yM} + H_4 \alpha_{yM}^3 \alpha_{xM} \\ & + H_5 \alpha_{xM}^2 \alpha_{yM}^2] \end{aligned} \quad (A13)$$

wobei

$$\begin{aligned} D &= \sin^2 \theta [\sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 \phi + \cos^2 \theta] , \\ E_1 &= 2 \cos \theta \sin \theta [2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 \phi + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)] , \\ E_2 &= 2 \sin^3 \theta \cos \phi \sin \phi (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) , \\ F_1 &= 2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta (3 \cos^2 \phi \sin^2 \phi - 1) + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 , \\ F_2 &= \sin^2 \theta [-2 \sin^2 \phi \cos^2 \phi + (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)^2] + \cos^2 \theta , \\ F_3 &= 2 \sin^2 \theta \cos \theta (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \cos \phi \sin \phi , \\ G_1 &= 2 \cos \theta \sin \theta [-(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + 2 \cos^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 \phi] , \\ G_2 &= -2 \cos \theta \sin \phi \cos \phi (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) , \\ G_3 &= 6 \cos^2 \theta \sin \theta \cos \phi \sin \phi (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) , \\ G_4 &= 2 \cos \theta \sin \theta [(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)^2 - 2 \cos^2 \phi \sin^2 \phi - 1] , \\ H_1 &= \cos^2 \theta [\cos^2 \theta \sin^2 \phi \cos^2 \phi + \sin^2 \theta] , \\ H_2 &= \sin^2 \phi \cos^2 \phi , \\ H_3 &= 2 \cos^3 \theta \cos \phi \sin \phi (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) , \end{aligned} \quad (A14)$$

$$H_4 = -2\sin\phi \cos\phi \cos\theta (\cos^2\phi - \sin^2\phi) ,$$

$$H_5 = \cos^2\theta [(\cos^2\phi - \sin^2\phi)^2 - 2\cos^2\phi \sin^2\phi] + \sin^2\theta$$

sind. Um Gl.(A13) in den Variablen P und Q darzustellen, müssen die Richtungskosinus α_{xM} , α_{yM} , α_{zM} durch die Gln.(4) ersetzt werden. Dabei sind

$$\alpha_{zM}^4 = 1 - 2P^2 - 2Q^2 + 3/2P^4 + 3/2Q^4 + 3P^2Q^2 ,$$

$$\alpha_{zM}^3 \alpha_{xM} = P - 13/8 P^3 - 13/8 PQ^2 ,$$

$$\alpha_{zM}^3 \alpha_{yM} = Q - 13/8 Q^3 - 13/8 QP^2 ,$$

$$\alpha_{zM}^2 \alpha_{xM}^2 = P^2 - 5/4 P^4 - 5/4 Q^2P^2 ,$$

$$\alpha_{zM}^2 \alpha_{yM}^2 = Q^2 - 5/4 Q^4 - 5/4 Q^2P^2 ,$$

$$\alpha_{zM}^2 \alpha_{xM} \alpha_{yM} = PQ - 5/4 P^3Q - 5/4 PQ^3 ,$$

$$\alpha_{zM} \alpha_{xM}^3 = P^3 + \dots ,$$

$$\alpha_{zM} \alpha_{yM}^3 = Q^3 + \dots ,$$

(A15)

$$\alpha_{zM} \alpha_{xM}^2 \alpha_{yM} = P^2Q + \dots ,$$

$$\alpha_{zM} \alpha_{xM} \alpha_{yM}^2 = PQ^2 + \dots ,$$

$$\alpha_{xM}^4 = P^4 + \dots ,$$

$$\alpha_{yM}^4 = Q^4 + \dots ,$$

$$\alpha_{xM}^3 \alpha_{yM} = P^3Q + \dots ,$$

$$\alpha_{yM} \alpha_{xM}^3 = PQ^3 + \dots ,$$

$$\alpha_{xM}^2 \alpha_{yM}^2 = P^2Q^2 + \dots .$$

6.2.3. Entmagnetisierungsenergie

Ganz analog ist das Vorgehen im Falle des Ausdrucks Gl. (2c), der die Entmagnetisierungsenergie in körperfesten Koordinaten beschreibt. Beim Übergang ins Ruhelagessystem ergibt sich:

$$\tilde{H}_N = \frac{1}{2} \omega_N [K \alpha_{zM}^2 + L_1 \alpha_{zM} \alpha_{xM} + L_2 \alpha_{zM} \alpha_{yM} + M_1 \alpha_{xM}^2 + M_2 \alpha_{yM}^2 + M_3 \alpha_{xM} \alpha_{yM}]$$

wobei (A16)

$$\begin{aligned} K &= N_x \sin^2 \theta \cos^2 \phi + N_y \sin^2 \theta \sin^2 \phi + N_z \cos^2 \theta, \\ L_1 &= 2 [N_x \cos^2 \phi + N_y \sin^2 \phi - N_z] \cos \theta \sin \theta, \\ L_2 &= 2 [-N_x + N_y] \sin \theta \cos \phi \sin \phi, \\ M_1 &= N_x \cos^2 \theta \cos^2 \phi + N_y \cos^2 \theta \sin^2 \phi + N_z \sin^2 \theta, \\ M_2 &= N_x \sin^2 \phi + N_y \cos^2 \phi, \\ M_3 &= 2 [-N_x + N_y] \cos \theta \sin \phi \cos \phi. \end{aligned} \quad (A17)$$

Beim Übergang auf die Variablen P und Q sind in (A16) folgende Ersetzungen vorzunehmen:

$$\begin{aligned} \alpha_{zM}^2 &= 1 - P^2 - Q^2 + 1/4 (P^4 + 2P^2Q^2 + Q^4), \\ \alpha_{zM} \alpha_{xM} &= P - 5/8 (P^3 + PQ^2) + \dots, \\ \alpha_{zM} \alpha_{yM} &= Q - 5/8 (QP^2 + Q^3) + \dots, \\ \alpha_{xM}^2 &= P - 1/4 (P^4 + P^2Q^2), \\ \alpha_{yM}^2 &= Q - 1/4 (Q^2P^2 + Q^4), \\ \alpha_{xM} \alpha_{yM} &= PQ - 1/4 (P^3Q + Q^3P). \end{aligned} \quad (A18)$$

6.3. Ableitung eines Störungsausdruckes für $\omega_r(P, Q)$

Im folgenden wird in der - bis zur 4. Ordnung gegebenen - Hamiltonfunktion

$$\tilde{H} = \frac{1}{2} \omega_r (P^2 + Q^2) + \omega_{NL} \sum_{i+j=3} f_{ij} P^i Q^j + \sum_{i+j=4} f_{ij} P^i Q^j \quad (A20)$$

über $P = \epsilon p$ und $Q = \epsilon q$ der Störungsparameter ϵ eingeführt. Damit ergibt sich mit

$$\frac{\tilde{H}}{\epsilon^2} = h = \frac{1}{2} \omega_r (p^2 + q^2) + \omega_{NL} \left[\epsilon \sum_{i+j=3} f_{ij} p^i q^j + \epsilon^2 \sum_{i+j=4} f_{ij} p^i q^j \right]$$

die vom Störparameter ϵ abhängige Hamiltonfunktion h . Bei der weiteren Rechnung wird gemäß [9] vorgegangen. Zunächst sind die Variablen p und q durch neue Variablen - sog. Amplituden - und Winkelvariablen a und ϑ - durch die kanonische Transformation

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2a \cos \vartheta} \\ q &= \sqrt{2a \sin \vartheta} \end{aligned}$$

mit $\vartheta = \omega_r t$ zu ersetzen, was auf

$$\begin{aligned} h &= a \omega_r + \epsilon \omega_{NL} (2a)^{3/2} \sum_{i=1,3} (S_{3i} \sin i\vartheta + C_{3i} \cos i\vartheta) \\ &+ \epsilon \omega_{NL} (2a)^2 \left[\sum_{i=2,4} (S_{4i} \sin i\vartheta + C_{4i} \cos i\vartheta) + C_0 \right] \end{aligned}$$

mit (A21)

$$S_{31} = \frac{3}{4} f_{03} + \frac{1}{4} f_{21}$$

$$S_{33} = -\frac{1}{4} f_{03} + \frac{1}{4} f_{21}$$

$$C_{31} = \frac{3}{4} f_{30} + \frac{1}{4} f_{12}$$

$$C_{33} = \frac{1}{4} f_{30} - \frac{1}{4} f_{12}$$

$$C_0 = \frac{1}{8} (3 (f_{04} + f_{40}) + f_{22})$$

führt. Da die Störungsrechnung bis zur 4. Ordnung durchgeführt wird und deshalb nur der zeitliche Mittelwert des von ϑ abhängigen Terms eingeht, sind die Funktionen S_{4i} und C_{4i} ohne Bedeutung und deshalb nicht anzugeben. Die Hamiltonfunktion (A21) wird nun über die kanonischen Störungsgleichungen

$$\begin{aligned}\bar{h}_0 &= h_0 \\ \bar{h}_1 &= M_{\vartheta}(h_1) \\ \bar{h}_2 &= M_{\vartheta} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial h_1}{\partial a} \frac{\partial v_1}{\partial \vartheta} - \frac{\partial v_1}{\partial a} \frac{\partial h_1}{\partial \vartheta} \right) + h_2 \right)\end{aligned}\tag{A22}$$

mit $v_1 = I_{\vartheta}(h_1)$

in eine neue Hamiltonfunktion $h = h_0 + \epsilon h_1 + \epsilon^2 h_2$ mit den kanonischen Variablen $\bar{a}$ und $\bar{\vartheta}$ überführt. Dabei bezeichnen M_{ϑ} und I_{ϑ} folgende Operationen

$$\begin{aligned}M_{\vartheta}(f) &= C_0, \\ I_{\vartheta}(f) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{-f_i^S}{i\omega} \cos i\vartheta + \frac{f_i^C}{i\omega} \sin i\vartheta \right),\end{aligned}$$

mit

$$f(\vartheta) = C_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (f_i^S \sin i\vartheta + f_i^C \cos i\vartheta).$$

Mit Hilfe der Störungsgleichungen (A22) erhält man aus (A21)

$$\bar{h}(\bar{a}) = \omega_r \bar{a} + \epsilon^2 \bar{a}^2 \omega_r \frac{\omega_{NL}}{r} 4C_0 - \left(\frac{\omega_{NL}}{\omega_r} \right)^2 6(S_{31}^2 + S_{33}^2 + C_{31}^2 + C_{33}^2)$$

Aus der Ableitung der Störungsgleichungen (A22) in [9] ergibt sich in erster Näherung folgender Zusammenhang zwischen den Variablen a , ϑ und $\bar{a}$, $\bar{\vartheta}$

$$\begin{aligned}\vartheta &= \bar{\vartheta} + \epsilon \frac{\partial v_1(\bar{a}, \bar{\vartheta})}{\partial \bar{a}} \\ a &= \bar{a} - \epsilon \frac{\partial v_1(\bar{a}, \bar{\vartheta})}{\partial \bar{\vartheta}}\end{aligned}$$

Durch die Berücksichtigung der von ϕ abhängigen Ausdrücke in diesen Gleichungen ergeben sich kleine FM (über ϕ) und AM (über a) Anteile, die jedoch zu keiner Änderung der Frequenz ω_r führen. Zur Bestimmung der Abhängigkeit der Frequenz ω_r von der Schwingungsamplitude kann deshalb $a = \bar{a}$ und $\phi = \bar{\phi}$ gesetzt werden. Damit wird

$$h = \omega_r a + \epsilon^2 a^2 \omega_r \left[\frac{\omega_{NL}}{\omega_r} 4C_0 - \left(\frac{\omega_{NL}}{\omega_r} \right)^2 6(S_{31}^2 + S_{33}^2 + C_{31}^2 + C_{33}^2) \right] \quad (A23)$$

und über die Hamiltonschen Gleichungen

$$\dot{\phi}(a) = \omega_r(a) = \frac{\partial h}{\partial a}, \quad \dot{a} = 0,$$

sowie die Beziehung

$$\epsilon^2 a = \frac{1}{2} (P^2 + Q^2)$$

erhält man für die Amplitudenabhängigkeit der Frequenz ω_r

$$\omega_r(P, Q) = \omega_r \left[1 + (P^2 + Q^2) \left(\frac{\omega_{NL}}{\omega_r} 4C_0 - \left(\frac{\omega_{NL}}{\omega_r} \right)^2 6(S_{31}^2 + S_{33}^2 + C_{31}^2 + C_{33}^2) \right) \right] \quad (A24)$$

Der Zusammenhang zwischen den Funktionen C_0 und S_{3i} und den ursprünglichen Funktionen f_{ij} ergibt sich aus Gln. (A21).

7. Literaturverzeichnis

- [1] WU, Y.S., A Study of Nonlinearities and Intermodulation Characteristics of 3-Port Circulators, IEEE/MAG-24 Febr. 1967 p-69
- [2] ALDINGER, W., Untersuchung nichtlinearer Effekte an Mikrowellenferriten, Diss. TH Stuttgart 1970
- [3] MOLL, N.J. Intermodulation Distortion and Spinwaves in Thin Ferromagnetic Resonators, J. appl. Phys. 49 (1978) 1
- [4] PIRCHNER, G., Ferrites et Grenats, Phénomènes non Lineaires, Dunod Paris 1969
- [5] VONSOVSKII, S.V., Ferromagnetic Resonance, S. Monson Jerusalem 1964
- [6] HOLSTEIN, T., PRIMAKOFF, H., Field Dependence of the Intrinsic Domain Magnetisation of a Ferromagnet Phys. Rev. 58 (1940) 1098-1115
- [7] SPARKS, M., Ferromagnetic-Relaxation Theory McGraw-Hill Book Company New York 1960
- [8] MORGENTHALER, F.R., Survey of Ferromagnetic Resonance in Small Ferromagnetic Ellipsoids, J. appl. Phys. 31 (1960) 95S
- [9] KIRCHGRABER, U., STIEFEL, E., Methoden der analytischen Störungsrechnung und ihre Anwendung, B.G. Teubner Stuttgart 1978
- [10] GOTTLIEB, P., Nonlinear Effects of Crystalline Anisotropy on Ferromagnetic Resonance, J. appl. Phys. 31 (1960) 2059-2061

- [11] GILBERT, T.L., Phys.Rev. 100 (1955) 1243
- [12] BROWN, W.F. Micromagnetics, John Wiley & Sons
New York 1963
- [13] LANDAU, L.D. Lifschitz, M.E. Mechanik, Band 1,
Vieweg Akademische Verlagsgesellschaft Berlin 1969
- [14] WEISS, M.T. , Spin Temperature and High Power Effects
in Ferromagnets, J. appl. Phys. 30 (1959) p. 2014
- [15] WEISS, M.T., Microwave and Low-Frequency Oscillators
Due to Resonance Instabilities in Ferrites,
J. appl. Phys. 30 (1959) 146S
- [16] WEISS, M.T., Ferromagnetic Resonance at High Power
J. appl. Phys. 31 (1960) 103S
- [17] RÖSCHMANN, P., WINKLER, G., Relaxations Processes
in Polycrystalline Substituted Garnets with Low
Ferromagnetic Resonance Linewidth, J. of Magnetism
and Magnetic Materials, 4 (1977) 105-115
- [18] WINKLER, G., HANSEN, P., HOLST, P., Variation of the
Magnetic Parameters and Lattice Constants of Poly-
crystalline YIG by Incorporation of Nonmagnetic Ions.
Philips Res. Rep. (1972) p. 151-171
- [19] SCHIRMER, W., Zeitschrift für angewandte Physik,
17 (1964) S. 310
- [20] BECK, E., NTZ 25 (1972) S. 14
- [21] RÖSCHMANN, P., Material Research Bulletin,
Vol.5 (1970) p. 939-946

- [22] KROON, E., Laboratory Magnets, Mc. Graw Hill,
New York 1975

- [23] HP-Application Note 117-1, Microwave Network
Analyser Applications, June 1970

- [24] HP-Application Note 64, Microwave Power Measurement,
November 1969

- [25] BÖHM, H., Einführung in die Metallkunde,
BI- Taschenbücher Band 196/196 a, Mannheim 1968

Die vorliegenden Untersuchungen entstanden während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik der Ruhruniversität Bochum. Einige Ergebnisse von Studienarbeiten der Herren G. Spundflasche und H. Westbrock, bei deren Betreuung ich mitwirkte, sind in der vorliegenden Arbeit verwendet worden.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Hans Severin für Anregung und Förderung dieser Arbeit durch viele wertvolle Hinweise. Herrn Ing. grad. P. Röschmann vom Philips Laboratorium Hamburg danke ich für die zur Verfügung gestellten Ferritproben.

Zum Lebenslauf des Verfassers:

1947	geboren am 15. Oktober in Sandhausen Kreis Heidelberg
1954 - 1962	Volksschule Sandhausen
1962 - 1965	Lehre bei der Deutschen Bundespost als Fernmeldehandwerker (Gesellenprüfung)
März 1966 - Juni 1969	Besuch der Berufsaufbauschule und der Technischen Oberschule in Mannheim bis zum Abitur
Oktober 1969 - Juni 1975	Studium der Physik an der TU Karlsruhe und der Ruprecht-Carl Universität Heidelberg
Juni 1975	Diplom-Hauptprüfung (Univ. Heidelberg)
September 1975 - April 1976	Numerische Auswertungen an der "Finite Element" Methode an der TH Aachen
April 1976 - Juni 1980	Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik der Ruhr-Universität Bochum bei Prof. Dr. Hans Severin
Juli 1980	Mitarbeiter der Firma AGFA-Gevaert (BAYER-Gruppe) im F+E-Bereich der Magnetband- sparte. Im Rahmen dieser Tätigkeit seit März 1983 entsandt an das Research Institute for Electrical Communication der Tohoku Universität in Sendai/Japan

Februar 1984

Mitarbeiter der Firma AGFA - Gevaert/Japan

seit Januar 1985

Mitarbeiter der Firma Bayer/Japan.

